

Dynamique des structures

Abdellatif MEGNOUNIF

e-mail: abdellatif_megnounif@yahoo.fr

Chap. 25

Analyse Push Over Modale et ses variantes

COURS 25 Mardi 26.03.2024

© **Abdellatif MEGNOUNIF** FT-Tlemcen

Méthodes Statiques non Linéaires équivalentes

Point de performance ou bien
déplacement cible sur la courbe
Push Over

Approche de
linéarisation
équivalente

- ✓ ATC 40 : Méthode du spectre de capacité (aussi FEMA 273 et FEMA 356) (Chapitre 20)
- ✓ FEMA 440 Procédure de linéarisation équivalente améliorée (ATC 55) (**Chapitre 20**)

Approche de
modification
du
déplacement

- ✓ FEMA 273 (FEMA 356) : Méthode du coefficient de déplacement (ATC 40) (**Chapitre 21**)
- ✓ FEMA 440, ASCE 41-06 et ASCE 41-13: Méthode du coefficient de déplacement améliorée (ATC 55) (**Chapitre 21**)

Autres

- ✓ NLRHA du S1DDL équivalent (**Chapitre 22**)
- ✓ Méthode N2 (Chapitre 23)
- ✓ **Analyse Pushover modale** (**Chapitre 24, 25, 26 et 27**)

NLRHA : NonLinear Response History Analysis
FEMA : Federal Emergency Management Agency
ATC : Applied Technology Council
ASCE : American Society of Civil Engineering

1. Introduction

Procédures d'analyse Pushover

Vecteurs chargement latéral

Simple (uniforme, triangulaire,...)

Spectre de capacité, Coefficient de déplacement, N2,...

1^{er} mode

Spectre de capacité, Coefficient de déplacement, N2,...

Multi mode

Combinaison modale des réponses.

- ❖ Analyse Pushover multi-modes (Sasaki et al., 1996).
- ❖ Analyse pushover modale (Chopra et al., 2002).
- ❖ Analyse pushover modale modifiée (Chopra et al., 2004).
- ❖ Analyse pushover modale améliorée (Mao, J and Gunay MS., 2008).

Combinaison modale des chargements.

- ❖ Méthode de combinaison modale (Kalkan and Kunnath, 2004)
- ❖ Analyse pushover limite supérieure (Jan et al., 2004)
- ❖ Analyse pushover généralisée (Sucuoglu and Gunay, 2010)
- ❖ Analyse pushover limite supérieure améliorée (Rahmani et al., 2017)
- ❖ Extension de l'analyse pushover limite supérieure améliorée (Rahmani et al., 2022)

Pushover modale consécutive.

- ❖ Analyse pushover modale consécutive (Poursha et al., 2009)
- ❖ Analyse pushover modale consécutive modifiée (Khoshnoudian and Kiani, 2012)

Pushover modale adaptative.

- ❖ Procédure pushover adaptative (Antoniou et al., 2002)
- ❖ Analyse pushover multimode optimale (Attard and Fafitis, 2005)
- ❖ Analyse pushover modale adaptative (Kalkan and Kunnath, 2006)
- ❖ Analyse pushover limite supérieure adaptative (Rahmani et al., 2019)

On a vu qu'avec l'idée d'expansion modale « $P_{eff}(t)$ » et de « s » (chapitre 24)

02 procédures sont proposées pour
approcher les systèmes
inélastiques (Chopra et Goel (2002))



Uncoupled modal response history analysis (UMRHA).

Analyse temporelle des réponses modales non couplées

- ❖ Pas pratique. Développée uniquement pour justifier la procédure MPA.
- ❖ La réponse du système à la composante de force « $P_{eff,n}(t)$ » (du mode « n ») est déterminée par une analyse temporelle non linéaire d'un S1DDL inélastique.
- ❖ La réponse totale (due à tous les modes) est la superposition de toutes les réponses modales obtenues individuellement.



Modal pushover analysis (MPA)

Analyse pushover modale

- ❖ La réponse maximale à la composante de force « $P_{eff,n}(t)$ » (du mode « n ») est déterminée par une analyse statique ou analyse Pushover.
- ❖ La réponse totale (due à tous les modes) est la combinaison (SRSS, CQC,...) de toutes les réponses modales maximales.

**Rappel (Voir
chapitre 24)**

Modal pushover analysis (MPA)
Analyse pushover modale

**Bâtiments à étages
multiples
élastiques**

2. Analyse Push over modale pour les systèmes linéaires élastiques

Système élastique?

Relation étroite entre la méthode spectrale et la méthode pushover modale.

Pour développer une procédure d'analyse pushover consistante avec la méthode spectrale, on considère :

1. Une **analyse statique** de la structure soumise aux charges latérales :

$$f_n = s_n A_n = \Gamma_n M \phi_n A_n \quad (25.1)$$

Cette étude statique donnera la même réponse maximale « r_n » (due au mode « n ») que la méthode spectrale. Avec « $A_n = A_n(T_n, \xi_n)$ » la valeur de la pseudo-accélération correspondante à T_n et ξ_n (du spectre).

2. La même réponse modale maximale peut être obtenue par une analyse pushover de la structure soumise à un chargement latéral

$$s_n^* = M \phi_n \quad (25.2)$$

On sait que (voir chapitre 24), en utilisant l'idée de l'expansion modale

Pour le mode « n »
$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = -\mathbf{s}_n \ddot{u}_g(t) = \mathbf{P}_{eff,n}(t)$$

Avec
$$\mathbf{s}_n = \Gamma_n \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_n$$

Sachant que
$$\mathbf{u}_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n y_n(t) \quad (\text{Elastique linéaire})$$

Et après transformation, on obtient :

$$\ddot{y}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{y}_n + \omega_n^2 y_n = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (n=1, 2, 3, \dots, N) \quad (25.3)$$

Puis en posant :
$$y_n(t) = \Gamma_n q_n(t)$$

Où $q_n(t)$ est la réponse du mode « n » S1DDL linéaire élastique dont l'équation du mouvement est :

On obtient :
$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = -\ddot{u}_g(t) \quad (n=1, 2, 3, \dots, N) \quad (25.4)$$



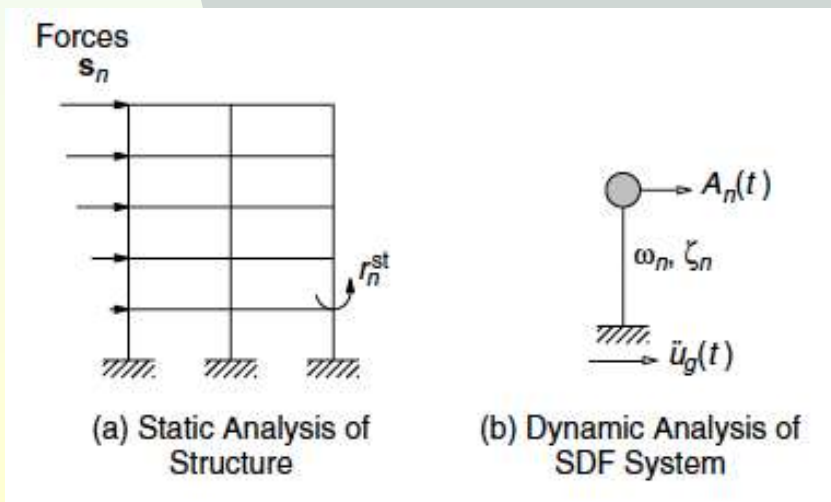
$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = -\ddot{u}_g(t) \quad (25.5)$$

- L'équation (25.5) est un système d'équations linéaires découplées. Chaque terme de cette équation représente S1DDL.
- On peut donc utiliser n'importe quelle méthode pour calculer la réponse de chaque DDL.

Connaissant les valeurs de « $q_n(t)$ », on peut trouver les déplacements finaux aux différentes étages :

$$u_{rn} = \Gamma_n \phi_{rn} q_n \quad (25.6)$$

Avec $q_n = \frac{A_n}{\omega_n^2}$ Obtenu du spectre



Concept de l'analyse temporelle de la réponse modale d'un SPDDL élastique

- ✓ Les réponses modales maximales « r_n » (chacune obtenue par une analyse pushover) seront combinées selon les règles de combinaison modale. A savoir les méthodes SRSS, CQC,...pour obtenir une estimation de la valeur maximale « r » de la réponse totale (« r » peut être déplacement inter-étages, efforts, moments,...)

$$r = \left(\sum_{n=1}^N r_n^2 \right)^{1/2} \quad (25.7)$$

Avec :

$$r_n = r_n^{st} A_n$$

Où:

r_n^{st} : Réponse statique modale, la valeur statique de « r » due aux forces externes « s_n »
 $A_n = \omega_n^2 D_n$: réponse pseudo-accélération du mode « n » du S1DDL

- ✓ Notons que « r_n » obtenue par pushover, peut être interprétée comme réponse maximale du système élastique linéaire du à $P_{eff,n}(t)$, la composante du mode « n » des charges sismiques effectives. Valable uniquement parce que le mode « n » est dominant, les autres sont négligés

Ainsi

**Pour les systèmes
élastiques linéaires**

MPA



**Analyse
spectrale**

Aucun avantage pour les systèmes élastiques linéaires, mais elle nous permet de l'étendre vers les systèmes **inélastiques**

3. Analyse Push over modale pour les systèmes **non linéaires inélastiques**

Nouveau

Modal pushover analysis (MPA)

Analyse pushover modale

**Bâtiments à étages
multiples
inélastiques**

On a déjà vu (chapitre 24) que l'équation du SPDDL **inélastique** est : (25.8)

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + f_s(U, \text{signe } \dot{U}) = -M \{\Delta\} \ddot{u}_g(t) = -s \ddot{u}_g(t) = P_{eff}(t)$$

Pour le mode « n » cette équation devient

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + f_s(U, \text{signe } \dot{U}) = -s_n \ddot{u}_g(t) = P_{eff,n}(t) \quad (25.9)$$

Après transformation, on obtient (sachant que : $u_n(t) \simeq \phi_n y_n(t)$)

$$\ddot{y}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{y}_n + \frac{F_{sn}}{M_n} = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad (n=1, 2, 3, \dots, N) \quad (25.10)$$

$$\text{Avec : } F_{sn} = F_{sn}(y_n, \text{signe } \dot{y}_n) = \phi_n^T f_s(u_n, \text{signe } \dot{u}_n) \simeq \phi_n^T f_s(y_n, \text{signe } \dot{y}_n) \quad (25.11)$$

Puis (avec : $y_n(t) = \Gamma_n q_n(t)$)

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \frac{F_{sn}}{L_n} = -\ddot{u}_g(t) \quad (n=1, 2, 3, \dots, N) \quad (25.12)$$

$$\text{Avec : } F_{sn} = F_{sn}(q_n, \text{signe } \dot{q}_n) = \phi_n^T f_s(q_n, \text{signe } \dot{q}_n) \quad (25.13)$$

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n\omega_n\dot{q}_n + \frac{F_{sn}}{L_n} = -\ddot{u}_g(t)$$

Où $q_n(t)$ est la réponse du mode « n » **S1DDL non linéaire inélastique**

Ainsi, pour obtenir la réponse maximale « r_n » du SPDDL inélastique due aux forces sismiques effectives « $P_{eff,n}(t)$ », on passera par une analyse pushover.

Le SPDDL est soumis à la charge latérale $s_n^* = M \phi_n$ en analyse statique non linéaire (pushover) du déplacement de la toiture « u_{rn} »

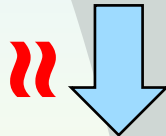
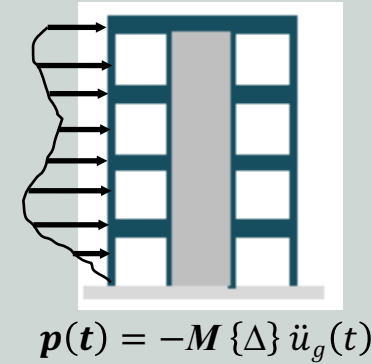
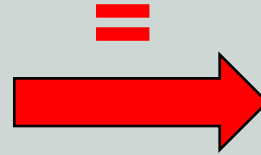
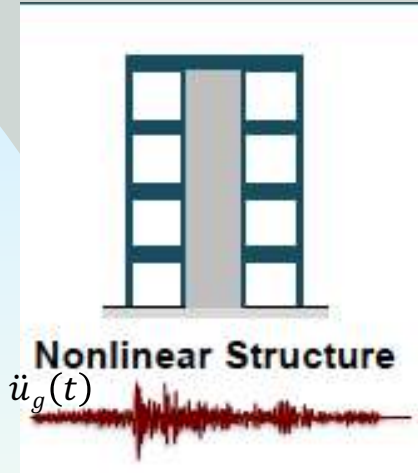
$$u_{rn} = \Gamma_n \phi_{rn} q_n$$

q_n : valeur maximale de $q(t)$ solution de l'équation (25.12)

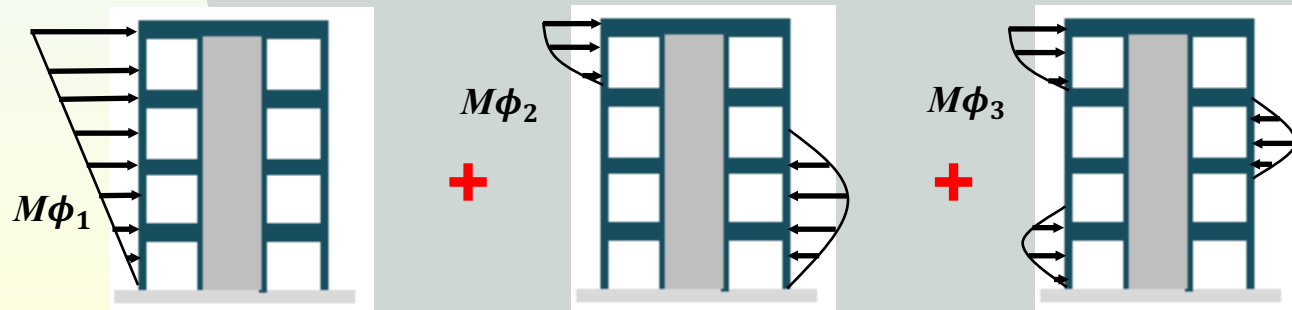
A ce déplacement de la toiture « u_{rn} », l'analyse pushover estime la valeur maximale « r_n » de n'importe quelle réponse « $r(t)$ » : déplacements d'étages, déplacement inter-étages, rotations des joints, rotations rotules plastiques, etc...

Résumé de la méthode MPA

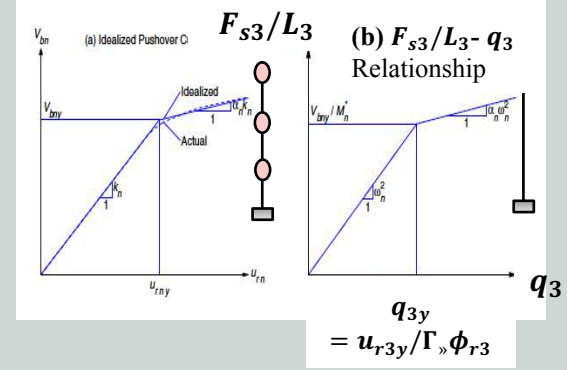
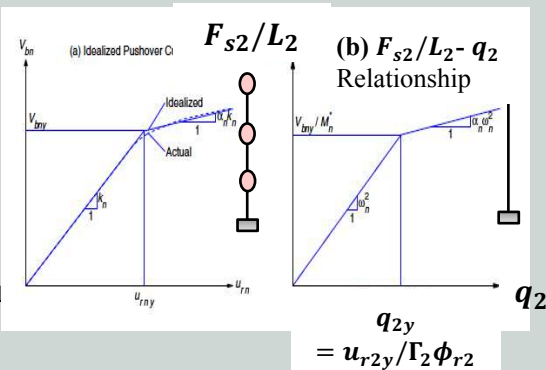
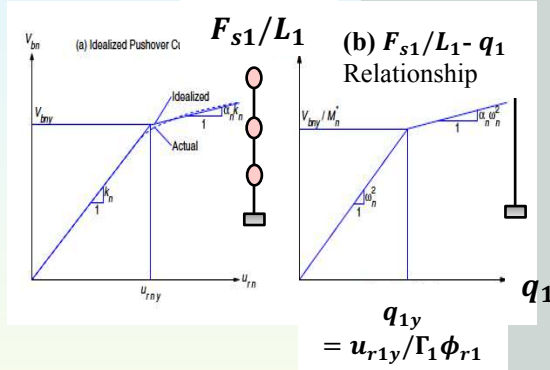
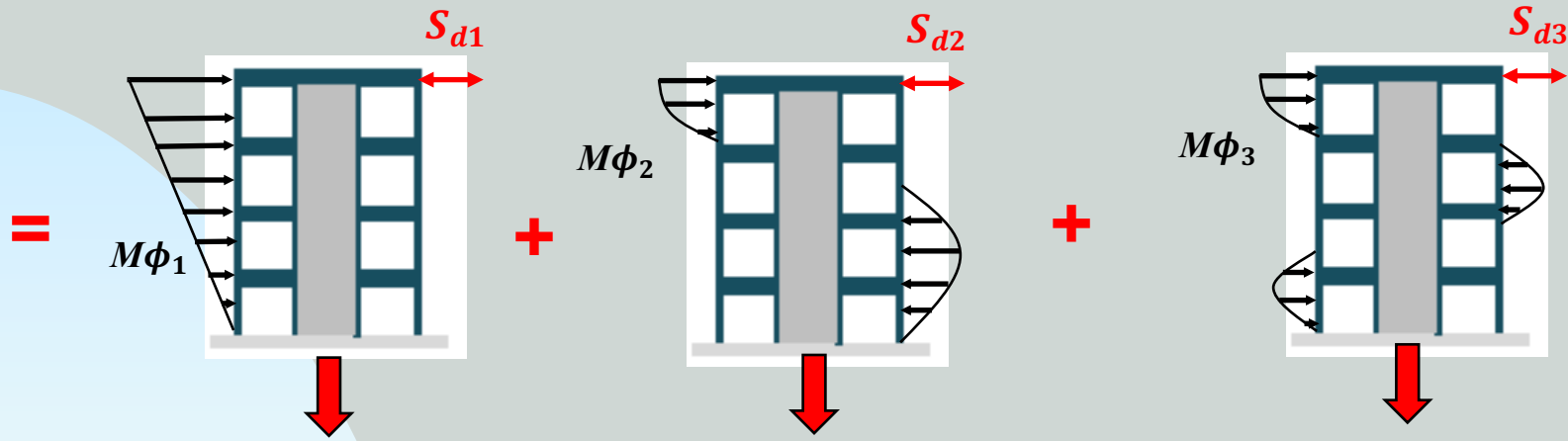
Analyse temporelle
non linéaire (ex. pas-à-pas)



Analyse Push over
multi-mode (MPA)



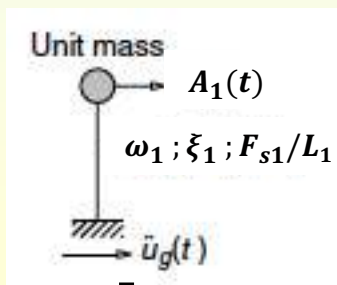
Résumé de la méthode MPA



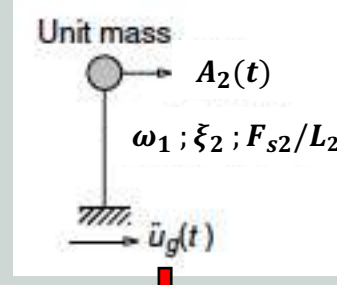
$$\frac{F_{s1}}{L_1} = \frac{V_{b1}}{M_1^*}; q_1 = \frac{u_{r1}}{\Gamma_1\phi_{r1}}; M_1^* = L_1\Gamma_1$$

$$\frac{F_{s2}}{L_2} = \frac{V_{b2}}{M_2^*}; q_2 = \frac{u_{r2}}{\Gamma_2\phi_{r2}}; M_2^* = L_2\Gamma_2$$

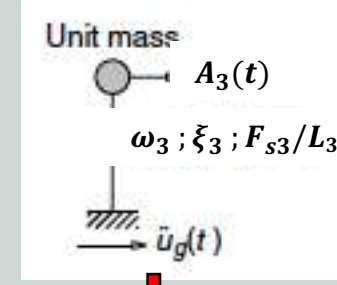
$$\frac{F_{s3}}{L_3} = \frac{V_{b3}}{M_3^*}; q_3 = \frac{u_{r3}}{\Gamma_3\phi_{r3}}; M_3^* = L_3\Gamma_3$$



q_1

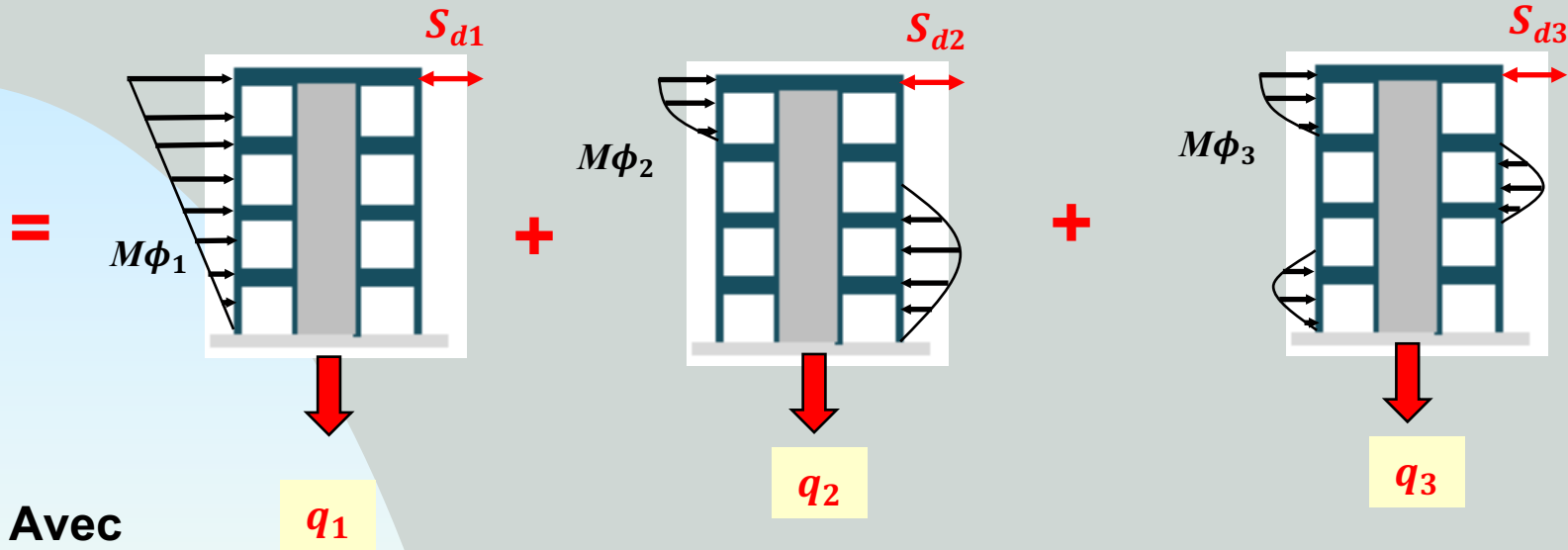


q_2



© Ab q_3 f MEGNOUNIF FT-Tlemcen

Résumé de la méthode MPA



On calcule

Déplacements
maximums au
sommet

$$u_{r1} = \Gamma_1 \phi_{r1} q_1$$

$$u_{r2} = \Gamma_2 \phi_{r2} q_2$$

$$u_{r3} = \Gamma_3 \phi_{r3} q_3$$

A chaque valeur de u_{rn} on tire de la table de pushover les déplacements de tous les étages

Utiliser SRSS ou CQC pour combiner les résultats et obtenir les réponses totales

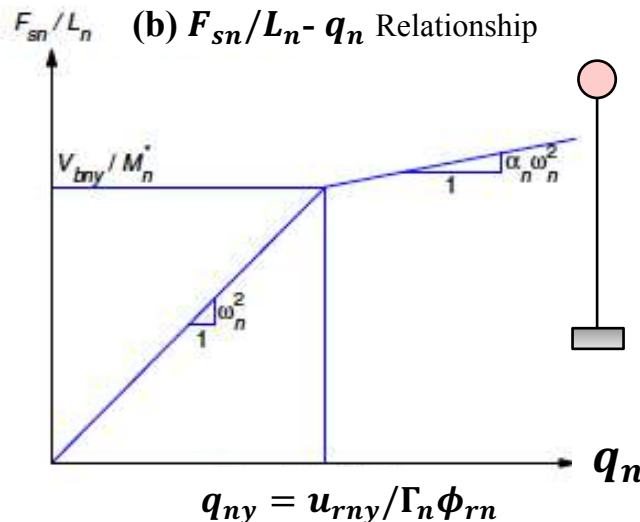
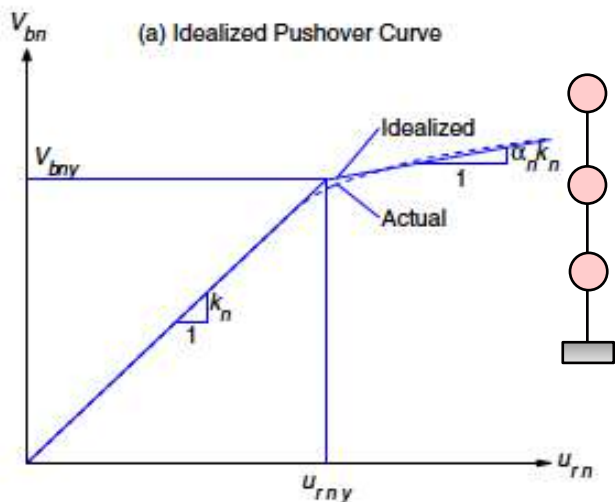
Résumé de l'analyse pushover modale (MPA)

1. Calcul des fréquences et modes propres de vibration du SPDDL élastique linéaire

$$\omega_n \text{ et } \phi_n \quad (K - \omega^2 M)\{\phi\} = 0 \quad \text{avec} \quad |K - \omega^2 M| = 0$$

2. Pour chaque mode « n », développer la courbe pushover effort tranchant à la base – déplacement ($V_{bn} - u_{rn}$) pour la distribution de charge $s_n^* = M \phi_n$
3. Idéaler la courbe push-over (forme bi-linéaire). Considérer les rigidités post-yield négatives.
4. Convertir la courbe pushover au repère ($F_{sn}/L_n - q_n$) en utilisant les équations :

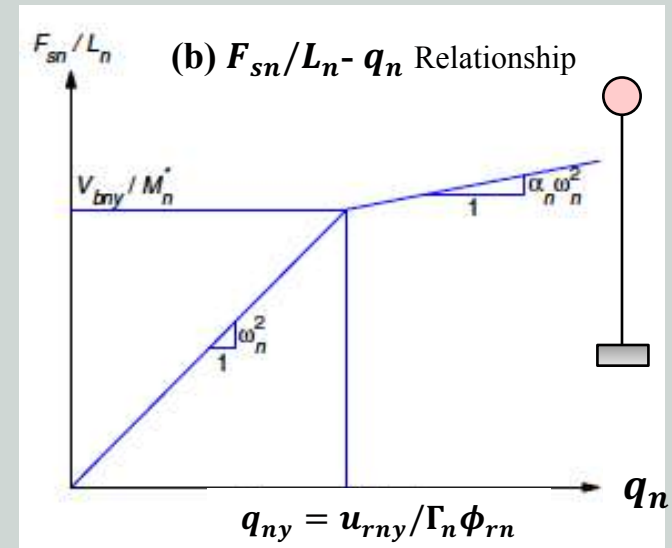
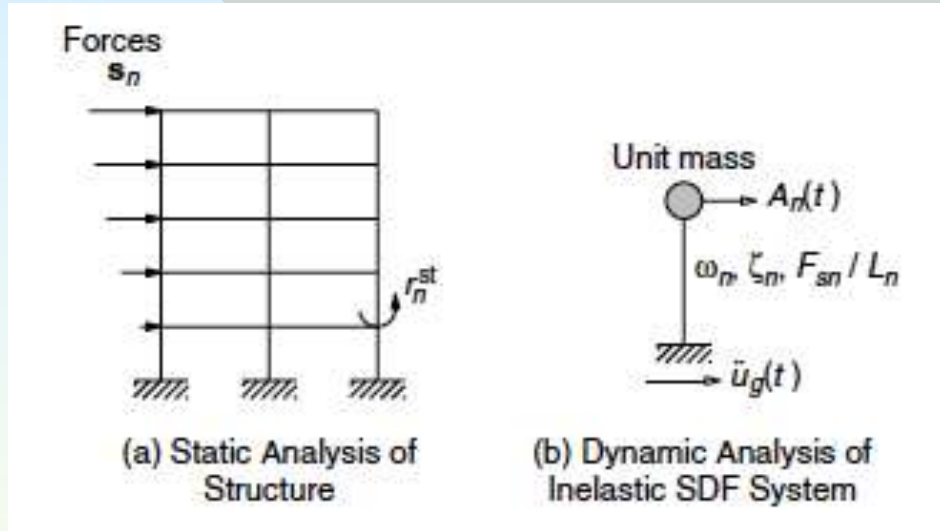
$F_{sn} = \frac{V_{bn}}{\Gamma_n}$ et $q_n = \frac{u_{rn}}{\Gamma_n \phi_n}$ à la limite élastique on aura $\frac{F_{sny}}{L_n} = \frac{V_{bny}}{M_n^*}$ et $q_{ny} = \frac{u_{rny}}{\Gamma_n \phi_{rn}}$ avec $M_n^* = L_n \Gamma_n$ la masse effective. On aura : $\frac{F_{sny}}{L_n} = \omega_n^2 q_{ny}$. La pente initiale de la courbe (b) sera donc « ω_n^2 ». Connaissant $\frac{F_{sny}}{L_n}$ et q_{ny} , on peut déterminer la période élastique « T_n » du S1DDL. $T_n = 2\pi \left(\frac{L_n D_{ny}}{F_{sny}} \right)^{1/2}$ Valeur qui doit être utilisée dans la résolution de l'équation (25.12)



Propriétés du S1DDL inélastique correspondant au mode « n » obtenues par la courbe pushover.

Résumé de l'analyse pushover modale (MPA)

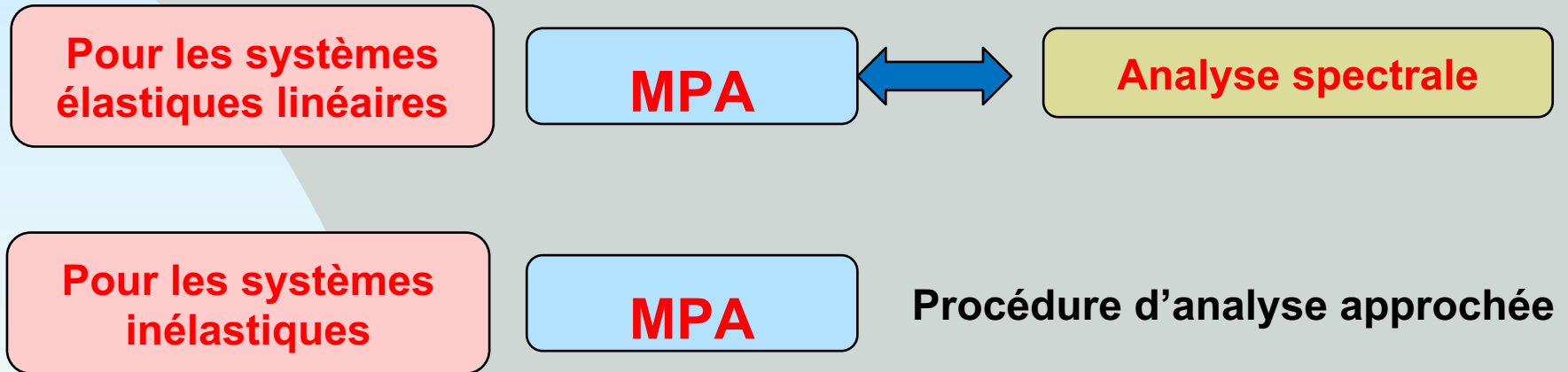
5. Calculer la valeur maximale de « q_n » du S1DDL inélastique (voir figure suivante) dont la relation force-déformation est donnée en figure (b) en résolvant l'équation (25.12) $\ddot{q}_n + 2\xi_n\omega_n\dot{q}_n + \frac{F_{sn}}{L_n} = -\ddot{u}_g(t)$ ou bien à partir d'un spectre de réponse (ou de calcul) inélastique.



6. Calculer la valeur maximale du déplacement du sommet « u_{rn} » associé au mode « n » du S1DDL inélastique $u_{rn} = \Gamma_n \phi_{rn} q_n \pi$.
7. Extraire de la base de données pushover les valeurs d'autres réponses désirées « r_n » où le déplacement de la toiture est égal au déplacement maximal « u_{rn} »
8. Répéter les étapes 3 à 8 autant de fois que de nombre de modes exigé pour une précision acceptable. Généralement 02 à 03 modes sont suffisants.
9. Déterminer la réponse totale par combinaison des réponses « modales » maximales en utilisant SRSS $r = (\sum_{n=1}^N r_n^2)^{1/2}$. De la rotation totale de la rotule plastique, soustraire la valeur à la limite de la rotation de la rotule pour déterminer la rotation de la rotule plastique.

Analyse Push over modale pour les bâtiments à étages multiples inélastiques

Ainsi, en résumé



1. MPA tient compte de plusieurs modes en même temps en considérant que $u_n(t) \simeq \phi_n y_n(t)$. Elle donne de bons résultats par rapport à UMRHA
2. Par contre, MPA a un inconvénient supplémentaire par rapport à UMRHA est la combinaison des résultats obtenus par SRSS ou CQC.

4. Analyse Push over modale modifiée (MMPA)

2004

Pour les structures poteaux-poutres à étages multiples avec une symétrie plane autour de 02 axes orthogonaux

Suite de MPA avec une simplification clé :

Modes de vibration supérieures sont considérés comme élastiques

- Réduction importante de l'effort de calcul comparé à la MPA traditionnelle.
- Généralement conduit à des estimations de demandes plus précises et plus grandes surtout dans le cas où MPA sous estime les demandes.
- Le cas où MPA surestime les demandes, MMPA est plus conservative.
- Principale limitation de la MMPA est pour les amortissements faibles ($< 5\%$), où l'hypothèse linéaire élastiques des modes supérieurs ne représente pas correctement le comportement inélastique, conduisant généralement à une surestimation des demandes.
- La MMPA peut être aussi sensible à des caractéristiques spécifiques des bâtiments et de l'accélération du support

Résumé de l'analyse pushover modale modifiée (MMPA)

1. Etapes 1 à 4 de l'analyse push modal (MPA) classique.
2. Déterminer la déformation maximale « q_1 »: Pour le 1^{er} mode inélastique du S1DDL, calculer « q_1 » en utilisant les paramètres « T_1 » et « ξ_1 ». On peut utiliser la méthode d'analyse temporelle non linéaire, spectre de réponse inélastique ou bien formules empiriques spécifiques.
3. Déterminer le déplacement maximal de la toiture « u_{r1} », en utilisant l'équation $u_{r1} = \Gamma_1 \phi_{r1} q_1$.
4. Récupérer les réponses pertinentes : des données de push over (étape 2), extraire les valeurs des réponses « r_1+g » des effets combinés de la gravité et des efforts latéraux au déplacement « $u_{r1} + u_{rg}$ ».
5. Calculer la réponse dynamique du au 1^{er} mode « r_1 » en utilisant la relation « $r_1 = r_1 + g - r_g$ », où « r_g » représente la contribution des charges gravité.
6. Evaluer les réponses dynamiques dues aux modes supérieurs : Pour les modes au-delà du 1^{er} mode, supposer que le système reste en phase élastique et calculer les réponses. C'est l'analyse modale traditionnelle d'un SPDDL linéaire, en éliminant d'autres analyses pushover et donc en économisant du temps de calcul. Le nombre de modes à utiliser pour une précision acceptable dépend de la hauteur du bâtiment.
7. Calculer la réponse (demande) globale : Intégrer la réponse gravitaire avec les réponses « modales » maximales en utilisant SRSS : $r \approx \max(r_g \pm (\sum_{n=1}^N r_n^2)^{\frac{1}{2}})$ où « r_1 » est calculé selon l'étape 5 et « r_n » ($n>1$) selon l'étape 6.

5. Analyse Push over modale améliorée (IMPA)

2017

Pour les structures poteaux-poutres à étages multiples avec une symétrie plane autour de 02 axes orthogonaux

Suite de MPA avec une simplification clé :

Les forces multi-modes ne sont pas constantes (comme dans le MPA).

Il y a une redistribution des forces d'inertie après la limite élastique

- Amélioration clé dans la méthode IMPA est son utilisation de la forme déformée en post-élastique, comme charge latérale invariante.
- Ça peut nécessiter un calcul extensif.
- Pour contourner ce calcul extensif, la méthode suggère pour le 1^{er} mode, une distribution de la charge latérales en 02 phases.
- Pour les modes supérieurs, les charges latérales seront similaires que celles de la méthode MPA.

Résumé de l'analyse pushover modale améliorée (IMPA)

1. Etapes 1 à 3 de l'analyse pushover modal (MPA) classique pour le 1er mode. Le chargement initial est déterminé par la distribution de la charge latérale représentée par « $s_1^* = M \phi_1$ »
2. Déterminer le déplacement à la limite élastique : De l'analyse pushover dans la 1^{ère} étape, vérifier le vecteur déplacement de la structure « ϕ_{1y} » à la limite élastique.
3. Progresser avec un modèle de chargement actualisé : Du point limite d'élasticité de la structure, étendre l'analyse pushover en utilisant une nouvelle distribution de la charge latérale « $s_{1y}^* = M \phi_{1y}$ ». C'est le 2^{ème} cas de chargement. Utiliser cette courbe actualisée et les étapes 4-7 de la méthode classique MPA pour évaluer le comportement de la structure.
4. Calculer la réponse (demande) globale : Fusionner la réponse du 1^{er} mode obtenue en étape 3 avec les réponses « modales » des autres modes obtenues avec la méthode conventionnelle MPA.

Combiner les réponses obtenues en utilisant SRSS ou bien CQC.

Merci. Fin du chapitre 25

Dynamique des structures

Abdellatif MEGNOUNIF

Prochain Cours

Chap. 26

L'analyse push over adaptative (APA)