

Dynamique des structures

Abdellatif MEGNOUNIF

e-mail: abdellatif_megnounif@yahoo.fr

Chap. 23

Méthode N2 (1996) et ses variantes

Méthodes Statiques non Linéaires équivalentes

Point de performance ou bien déplacement cible sur la courbe Push Over

Approche de linéarisation équivalente

- ✓ ATC 40 : Méthode du spectre de capacité (aussi FEMA 273 et FEMA 356) (Chapitre 20)
- ✓ FEMA 440 Procédure de linéarisation équivalente améliorée (ATC 55) (**Chapitre 20**)

Approche de modification du déplacement

- ✓ FEMA 273 (FEMA 356) : Méthode du coefficient de déplacement (ATC 40) (**Chapitre 21**)
- ✓ FEMA 440, ASCE 41-06 et ASCE 41-13: Méthode du coefficient de déplacement améliorée (ATC 55) (**Chapitre 21**)

Autres

- ✓ NLRHA du S1DDL équivalent (**Chapitre 22**)
- ✓ **Méthode N2 (Chapitre 23)**
- ✓ Procédures d'analyse sismique basées sur multi-mode approximation (**Chapitre 24, 25, 26 et 27**)

NLRHA : NonLinear Response History Analysis
FEMA : Federal Emergency Management Agency
ATC : Applied Technology Council
ASCE : American Society of Civil Engineering

1. Introduction

N2 (1996)

« N » : Comportement non-linéaire
« 2 » : Modèles mathématiques.

N2 offre l'avantage d'une
représentation graphique de la
procédure

- Méthode non linéaire relativement simple, basée sur le déplacement.
- Le but est de déterminer les différents paramètres en termes de déplacement et de force à partir du comportement non-linéaire d'une structure soumise à un séisme.
- Le principe de la méthode consiste à combiner entre 02 modèles mathématiques:
 - ✓ Une analyse « pushover » d'un SPDDL soumis à une distribution de forces latérales liées au choix d'une forme pour le déplacement
 - ✓ Une analyse spectrale d'un S1DDL
- La méthode est formulée en format « Accélération – Déplacement »
- L'hypothèse de base est que le 1^{er} mode est dominant et l'on considère que les déplacements de translation (Planchers rigides, pas de rotations)
- Des spectres non élastiques sont appliqués (au lieu des spectres élastiques et la période) (différence principale avec la méthode du spectre de capacité)
- Les demandes sont obtenues sans itération.
- Généralement les résultats de la méthode N2 sont raisonnablement précis.

Limitations de la méthode Push over ?

- **Simplifications pour passer du SPDDL au S1DDL. Généralement construit sur la base d'un mode fondamental unique du domaine élastique linéaire dans lequel toute la masse de l'ouvrage n'est pas prise en compte et le chargement appliqué ne représente pas fidèlement le champ de déplacement subi par la structure après plastification de certains éléments.**
- **Le caractère monotone statique du chargement représente mal les phénomènes qui se produisent lors des cycles dynamiques.**
- **La méthode FEMA 273 utilise, dans le calcul du déplacement, des coefficients pour ajuster des effets des modes supérieurs, les déplacements inélastiques, la forme du comportement hystérétique et les effets P- Δ .**
- **ATC 40 utilise un spectre élastique de réponse pour le calcul du déplacement. Le comportement inélastique est pris en compte en considérant un amortissement équivalent et une période.**

Limitations de la méthode N2 ?

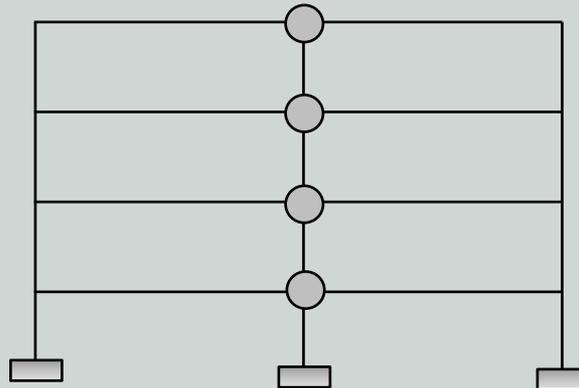
- **Limitée aux structures planes régulières**
- **Le choix d'une forme de chargement constante dans pushover est une faiblesse de la méthode, surtout pour les structures où l'effet des modes supérieurs est important. L'idée est de considérer 02 formes différentes de déplacement et de faire une courbe enveloppe des réponses.**
- **L'absence du principe d'itération dans la procédure. La procédure directe est basée uniquement sur le déplacement de Qiang Xue, un simple concept. Des facteurs de réduction de Newmark et Hall sont utilisés pour exprimer une relation entre le déplacement maximal, la rigidité, la ductilité et la force.**

2. Description de la méthode N2

Etape 1

Données de la méthode ?

- Une structure SPDDL en modèle plan est considérée.
- La relation non linéaire force-déplacement pour les éléments structuraux sous chargement monotonique est exigée.
- Un spectre élastique de pseudo-accélération « S_{ae} » dans lequel $S_{ae} = S_{ae}(T, \xi \%)$

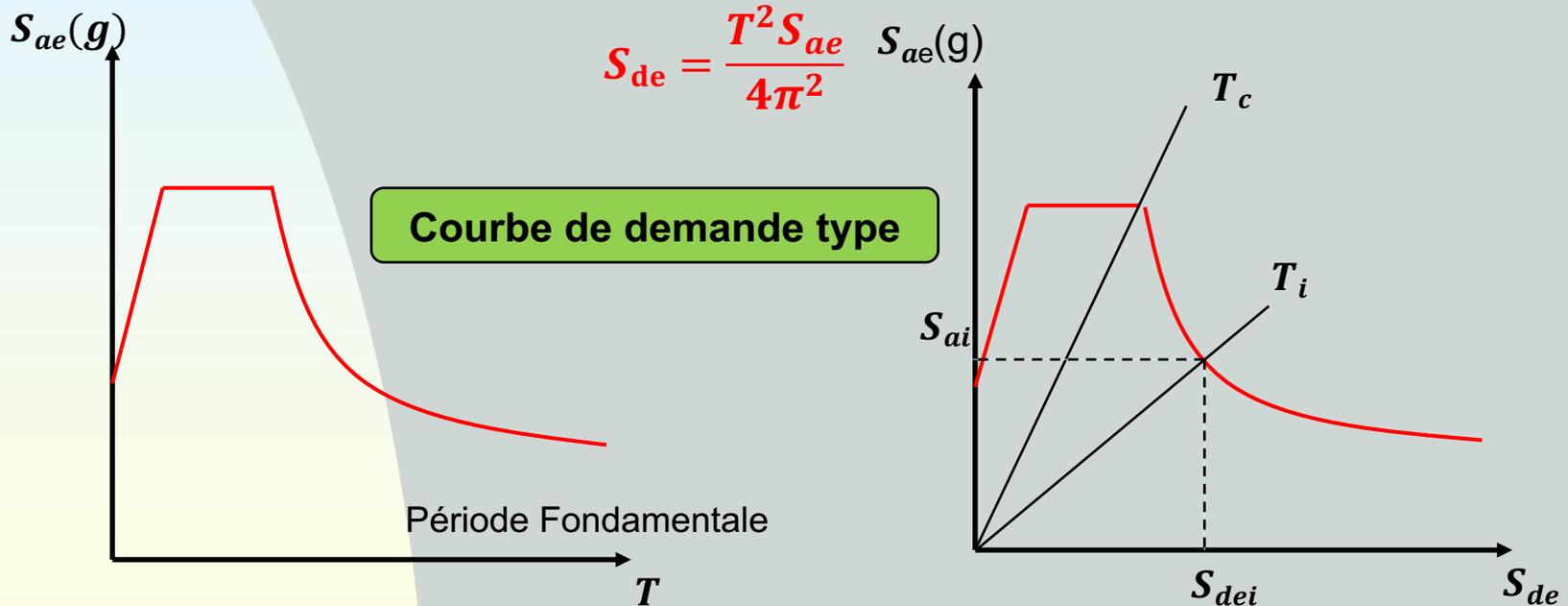


Systeme plan à plusieurs DDL

Etape 2

Courbe de demande en format Accélération-déplacement ?

- On détermine un spectre inélastique à partir du spectre élastique.
- Pour un système S1DDL élastique, on le transforme du repère traditionnel (S_{ae}, T) au format (S_{ae}, S_{de}) par la relation :



T_c : Période caractéristique du spectre de réponse, définie comme étant la période de transition entre le segment des accélérations constantes (gamme des courtes périodes) et le segment des vitesses constantes (gamme des moyennes périodes).

(S_{ae}) accélération élastique et (S_{de}) spectre de déplacement pour un amortissement et une accélération au sol fixés

Etape 2

Courbe de demande en format Accélération-déplacement ?

- Pour un spectre inélastique (S1DDL) avec une relation bi-linéaire, S_a et S_d peuvent être déterminés par :

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu} \quad (20.1)$$

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} = \frac{\mu}{R_\mu} \frac{T^2 S_{ae}}{4\pi^2} = \mu \frac{T^2}{4\pi^2} S_a \quad (20.2)$$

S_a : Accélération inélastique.
 S_d : Déplacement inélastique
 μ : Facteur de ductilité
 R_μ : facteur de réduction

- Parmi plusieurs propositions pour « R_μ » on retient celles de N2

$$R_\mu = (\mu - 1) \frac{T}{T_c} + 1 \quad T < T_c \quad (20.3)$$

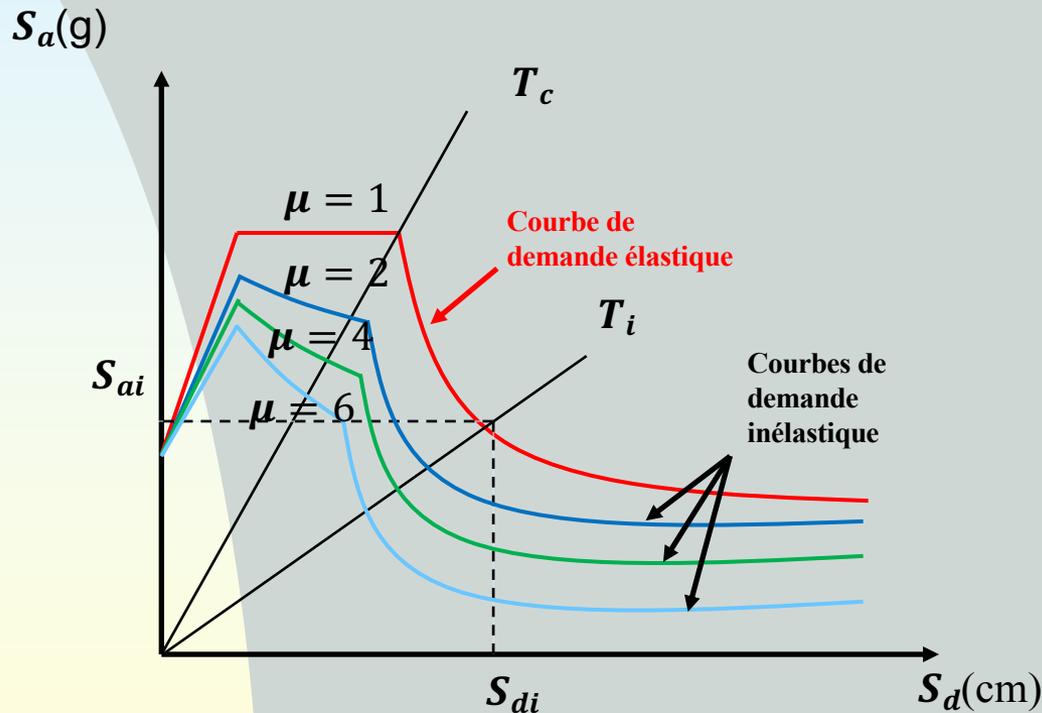
$$R_\mu = \mu \quad T > T_c$$

- En remplaçant (20.3) dans (20.2) on déduit que dans la gamme des moyennes et longues périodes, $S_d = S_{de}$, avec la même période

Etape 2

Courbe de demande en format Accélération-déplacement ?

➤ A partir du spectre élastique (figure) et en utilisant (20.1) à (20.3), on peut construire les spectres inélastiques pour des valeurs de « μ constantes »



Spectres de demande pour « μ constantes » dans le format (S_a, S_d)

Etape 3

Application de l'analyse PushOver?

- Analyse statique SPDDL soumis à des charges latérales incrémentées jusqu'à ce que le déplacement de la structure atteigne son maximum.
- Le choix d'une distribution appropriée des forces latérales est très important dans le pushover.
- La méthode N2 utilise, comme charges latérales :

$$P = [M]\{\phi\} \quad (20.4)$$

$[M]$: Matrice masse diagonale.
 $\{\phi\}$: Vecteur normalisé des modes avec la valeur au sommet = 1

Pour le « n^{ième} niveau », on aura

$$P_n = M_n\phi_n \quad (20.5)$$

Etape 4

Modèle à S1DDL équivalent et spectre de capacité ?

- Pour utiliser le spectre de réponse, il faut passer au S1DDL équivalent
- La transformation du SPDDL à un S1DDL équivalent se fera comme suit :

L'équation du mouvement d'un modèle plan SPDDL en ne tenant compte que des déplacements de translation (Planchers rigides)

$$[M] \ddot{x} + \{Q\} = -[M]\{1\}\ddot{x}_g \quad (20.6)$$

$[M]$: Matrice masse

$\{Q\}$: Vecteur des forces dans les niveaux de la structure

\ddot{x} : Accélération du système

\ddot{x}_g : Accélération du sol

Par hypothèse de N2, la forme du déplacement $\{\phi\}$ est supposée constante durant la réponse de la structure au séisme

En posant :

$$\{x\} = \{\phi\} x_t \quad (20.7)$$

Or statiquement

$$P = Q \quad (20.8)$$

$$[M]\{\phi\} \ddot{x}_t + [C]\dot{x}_t + [Q] = -[M]\{1\}\ddot{x}_g$$

Etape 4

Modèle à S1DDL équivalent et spectre de capacité ?

En remplaçant (20.4), (20.7) (20.8) dans (20.6), on aura

$$[M] \ddot{x} + \{Q\} = -[M]\{1\}\ddot{x}_g \quad [M]\{\phi\} \ddot{x}_t + \{P\} = -[M]\{1\}\ddot{x}_g$$

$$[M]\{\phi\} \ddot{x}_t + [M]\{\phi\} = -[M]\{1\}\ddot{x}_g \quad (20.9)$$

En pré multipliant (20.9) par $\{\phi\}^T$:

$$\{\phi\}^T [M]\{\phi\} \ddot{x}_t + \{\phi\}^T [M]\{\phi\} = -\{\phi\}^T [M]\{1\}\ddot{x}_g \quad (20.10)$$

Ou bien

$$M^* \ddot{x}^* + Q^* = -M^* \ddot{x}_g \quad (20.11)$$

$$M^* = \{\phi\}^T [M]\{1\} = \sum_{i=1}^n M_i \phi_i \quad (20.12)$$

Avec

$$Q^* = \frac{V}{\Gamma} \quad (20.13)$$

$$x^* = \frac{x_t}{\Gamma} \quad (20.14)$$

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n M_i \phi_i^2} \quad (20.15)$$

M^* : Masse équivalente d'un S1DDL
 x^* : Déplacement du S1DDL équivalent
 Q^* : Force équivalente du S1DDL
 Γ : Constante pour contrôler la transformation du SPDDL au S1DDL
 V : Effort tranchant à la base SPDDL

$$x^* = \frac{x_t}{\Gamma} \quad Q^* = \frac{V}{\Gamma} \quad \Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n M_i \phi_i^2}$$

Etape 4

Modèle à S1DDL équivalent et spectre de capacité ?

$$M^* \ddot{x}^* + Q^* = -M^* \ddot{x}_g \quad (20.11)$$

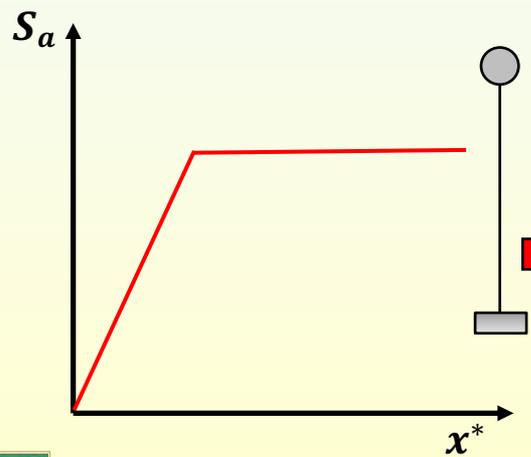
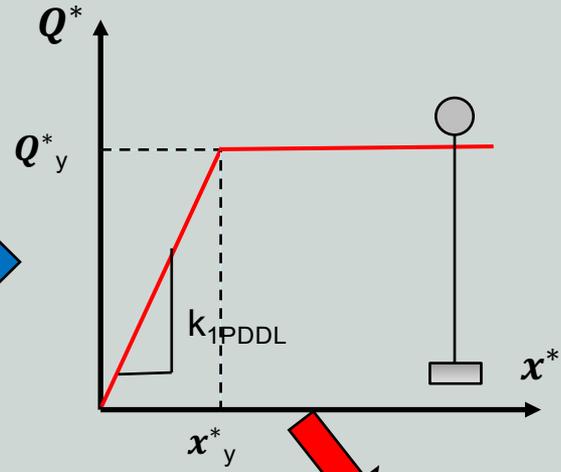
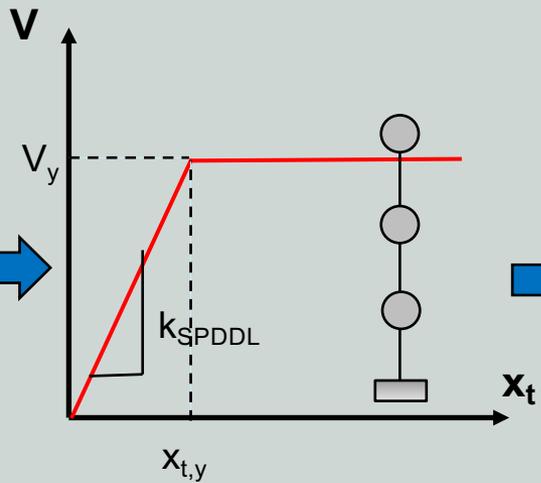
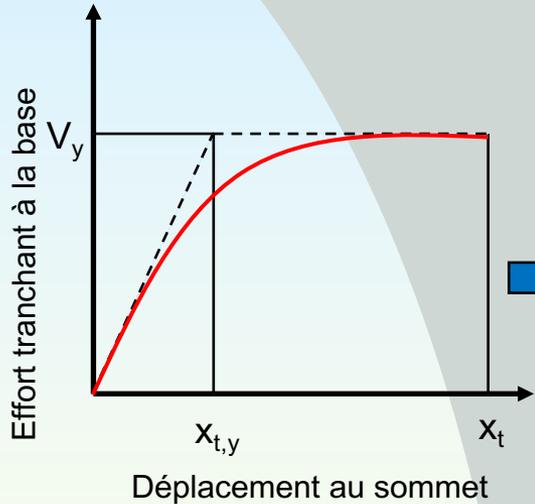
La même constante « Γ » est appliquée au déplacement et à la force. Par conséquent la relation force-déplacement SPDDL ($V-x_t$) est aussi appliquée au S1DDL (Q^*, x^*) (sauf à diviser par « Γ »).

La méthode N2 exige que la rigidité de post plastification d'un S1DDL équivalent soit égale à zéro, puisque le facteur de réduction « R_μ » est défini comme le rapport entre la résistance élastique et la résistance plastique

L'influence de l'écroûissage modéré peut être incorporé dans les spectres de demande. Cet écroûissage modéré n'a pas une influence significative sur la demande de déplacement, et les spectres proposés s'appliquent approximativement pour les systèmes avec écroûissage nul ou petit

Etape 4?

✓ La courbe pushover (SPDDL) non-linéaire doit être idéalisée en une courbe bi-linéaire pour identifier les paramètres globaux en terme de déplacement et de force, ce qui permet de définir l'effort tranchant à la limite élastique



✓ Diagramme de capacité (S_a , S_d) obtenu en utilisant $S_a = \frac{Q^*}{M^*}$ avec $M^* = \{\phi\}^T [M] \{1\}$

✓ De cette courbe, on tire Q^*_y et x^*_y pour calculer la période élastique du S1DDL

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{x^*_y M^*}{Q^*_y}}$$

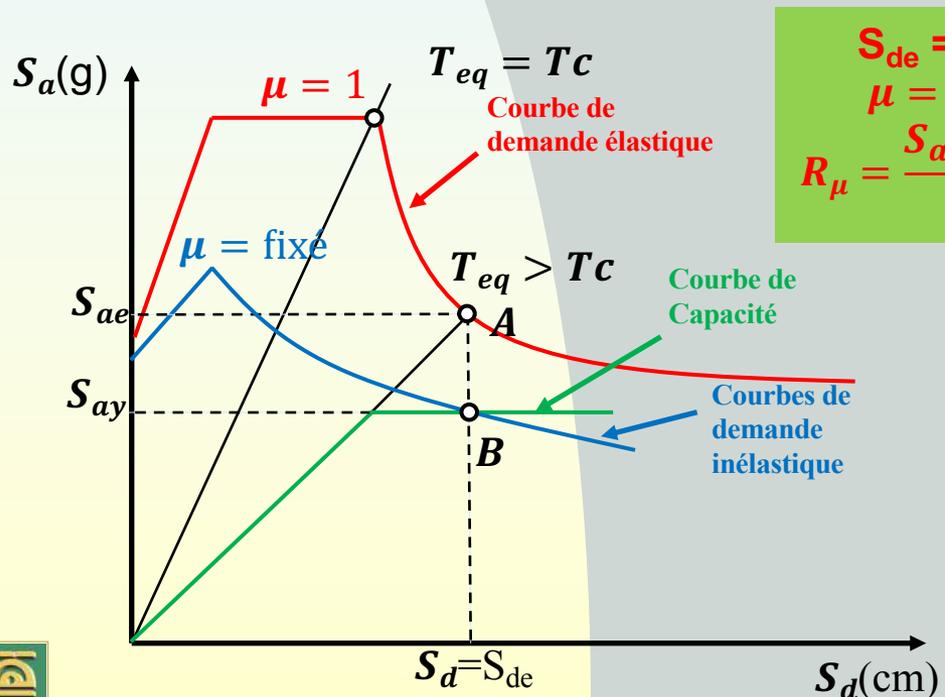
Etape 5

Demande sismique (déplacement) du S1DDL équivalent ?

Le calcul du déplacement dépend de la période du S1DDL équivalent et de la position de cette période par rapport à la période caractéristique. On aura

1^{er} cas : $T_{eq} \geq T_c$

Dans ce cas, le déplacement élastique « $S_{de} = S_d$ » au déplacement inélastique (critère d'égalité des déplacements dans la gamme des moyennes et longues périodes) et la ductilité « $\mu = R_\mu$ ».



1. L'intersection de la ligne radiale correspondant à la période du système (T_{eq}) avec le spectre de demande élastique donne le point A(S_{de}, S_{ae})
2. L'intersection entre la courbe de capacité et la demande inélastique donne le point B($S_d=S_{de}, S_{ay}$)

Moyennes et longues périodes

Spectres élastique, inélastique et courbe de capacité pour « μ constante » dans le format (S_a, S_d)

Etape 5

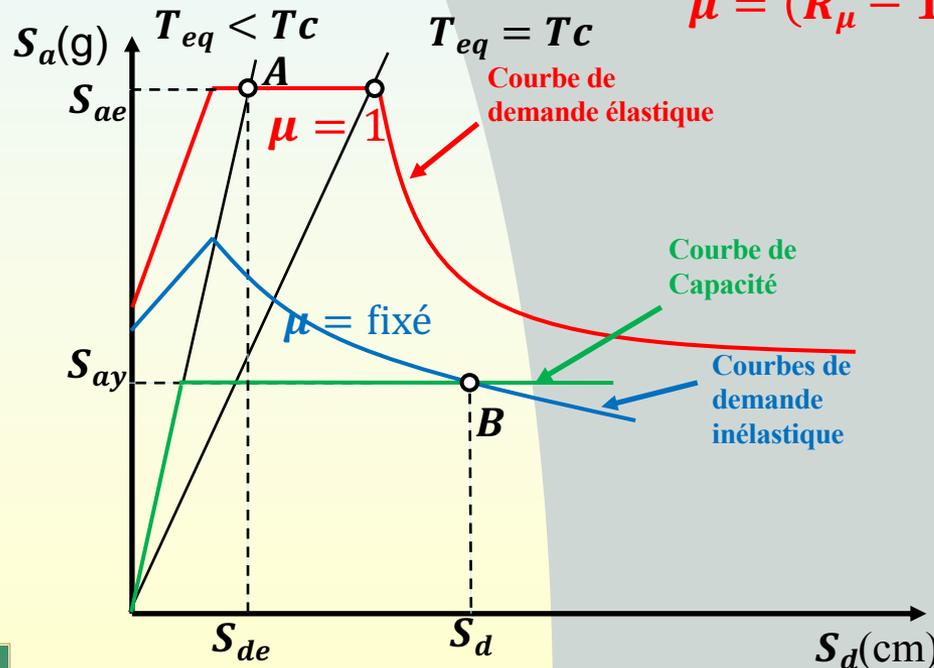
Demande sismique (déplacement) du S1DDL équivalent ?

2^{ème} cas : $T_{eq} < T_c$

Dans ce cas, le déplacement élastique « $S_{de} < S_d$ » au déplacement inélastique.

Avec
$$S_d = \mu x_y^* = \frac{S_{de}}{R_\mu} \left(1 + (R_\mu - 1) \frac{T_c}{T_{eq}} \right) \quad x_y^* = \frac{S_d}{\mu} = \frac{S_{de}}{R_\mu} \quad R_\mu = \frac{S_{ae}(T_{eq})}{S_{ay}}$$

$$\mu = (R_\mu - 1) \frac{T_c}{T_{eq}} + 1$$



Courtes périodes

Spectres élastique, inélastique et courbe de capacité pour « μ constante » dans le format (S_a, S_d)

Etape 6

Demande sismique globale (déplacement globale) du SPDDL ?

Une fois le déplacement du système S1DDL équivalent est déterminé, on peut calculer le déplacement maximal au sommet du SPDDL (appelé déplacement cible).

Soit

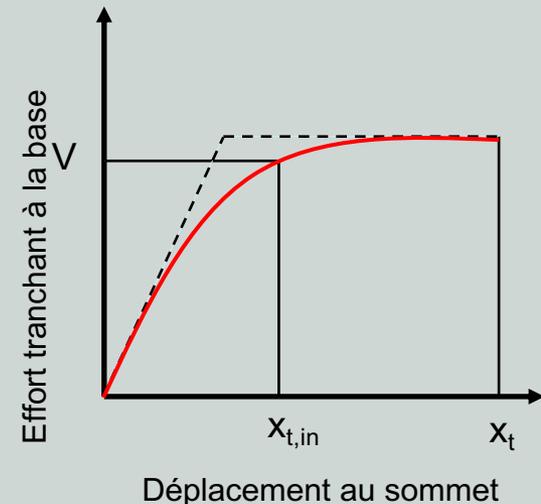
$$x_{t, \text{in}} = x^* \Gamma$$

Avec

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n M_i \phi_i^2}$$

Coefficient de participation

Une fois le déplacement maximal au sommet est calculé, on peut calculer toutes les demandes sismiques locales (déplacement par niveau, rotules plastiques,...) par une analyse pushover



3. La méthode N1

N1 (2009)

- « N » : Comportement non-linéaire
- « 1 » : Utilise un seul SPDDL (single MDOF).

Méthode utilisée surtout pour les bâtiments irréguliers avec une irrégularité verticale

- Alternative pratique à la méthode N2
 - Évalue la réponse sismique en utilisant une analyse statique non linéaire sans définir le S1DDL équivalent.
 - L'objectif est d'évaluer la demande en déplacement par ajustement des résultats obtenus d'une analyse spectrale (RSA) pour refléter le comportement non linéaire de la structure.
-
- Utilisent les méthodologies de FEMA 368 et FEMA 369 en les améliorant en tenant compte de la réduction de la rigidité, et donc en allongeant le temps.

- Elle concorde avec la méthode N2, que dans le cas d'un chargement latéral proportionnel au 1^{er} mode.

En comparant N1 et N2 ?

- L'équation utilisée en analyse sismique pour estimer les déplacements sous certaines conditions de chargement

$$D_{el} = \phi_n \Gamma_1 S_{de}(T_1)$$

- D_{el} : Paramètre de déplacement ou de déformation
- ϕ_n : Mode « n » de la structure
- Γ_1 : Participation modale du 1^{er} mode (sa contribution à la réponse globale)
- $S_{de}(T_1)$: Déplacement spectral du 1^{er} mode, qui dépend de la période fondamentale T_1 de la structure

4. La méthode N2 Etendue (2012)

Prend en charge les effets des modes supérieurs

- Amélioration de la méthode N2
- Fournit plus de précision sur la distribution de la demande sismique à travers la structure, spécialement dans la partie supérieure du bâtiment et aux bords flexibles.
- Combinaison des résultats de l'analyse Push Over basique et ceux d'une analyse modale élastique standard.

- La méthode conduit à des estimations justes et conservatrices, de la réponse sismique

i. Etapes de la méthode N2 Etendue

Etape 1

Déplacement cible
par N2 classique ?

- Effectuer une analyse N2 classique, qui comprend une analyse Push Over pour déterminer le « déplacement cible » au sommet du bâtiment.
- Cette analyse est faite séparément pour chaque direction horizontale du bâtiment.

Etape 2

Normalisation des
modes propres par
rapport au
déplacement cible

- Effectuer une analyse modale élastique du bâtiment utilisant un modèle mathématique 3D.
- Cette analyse considère tous les modes de vibration pertinents dans chaque direction horizontale.
- Normaliser les modes obtenus de façon à ce que le déplacement au sommet (Centre de masse) est égal au déplacement cible obtenu par push over

Etape 3

Facteurs de
correction
(déplacements et
story drifts)

- Déterminer la demande sismique en appliquant des facteurs de correction aux résultats de l'analyse push over
- 02 types de correction facteurs : 1) pour les déplacements dans le plan et 2) Déplacement inter étages le long de l'élévation
- Les facteurs de correction sont déterminés pour chaque direction horizontale et dépend de l'emplacement dans le plan.

Merci. Fin du chapitre 23

Dynamique des structures

Abdellatif MEGNOUNIF

Prochain Cours

Chap. 24

**Analyse temporelle de la réponse modale
non couplée** (Uncoupled modal response history analysis
(UMRHA))