

# *Dynamique des structures*

**Abdellatif MEGNOUNIF**

e-mail: [abdellatif\\_megnounif@yahoo.fr](mailto:abdellatif_megnounif@yahoo.fr)

## **Chap. 21**

**Méthode de calcul des coefficients de déplacements FEMA 273/356 et sa version modifiée FEMA 440 (ATC 55)  
(Méthode Statique Non linéaire)**

**COURS 21 Jeudi 22.02.2024**

© *Abdellatif MEGNOUNIF FT-Tlemcen*

## Méthodes Statiques non Linéaires équivalentes

Point de performance ou bien déplacement cible sur la courbe Push Over

Approche de linéarisation équivalente

- ✓ ATC 40 : Méthode du spectre de capacité (aussi FEMA 273 et FEMA 356) (Chapitre 20)
- ✓ FEMA 440 Procédure de linéarisation équivalente améliorée (ATC 55) (**Chapitre 20**)

Approche de modification du déplacement

✓ **FEMA 273 (FEMA 356) : Méthode du coefficient de déplacement (ATC 40) (Chapitre 21)**

- ✓ FEMA 440, ASCE 41-06 et ASCE 41-13: Méthode du coefficient de déplacement améliorée (ATC 55) (**Chapitre 21**)

Autres

- ✓ NLRHA du S1DDL équivalent (**Chapitre 22**)
- ✓ Méthode N2 (**Chapitre 23**)
- ✓ Procédures d'analyse sismique basées sur multi-mode approximation (**Chapitre 24, 25, 26 et 27**)

**NLRHA** : NonLinear Response History Analysis  
**FEMA** : Federal Emergency Management Agency  
**ATC** : Applied Technology Council  
**ASCE** : American Society of Civil Engineering

# 1. Introduction

**FEMA 273** : Federal Emergency management Agency, USA

- ✓ La méthode de coefficient de déplacement est une méthode statique non-linéaire qui consiste à soumettre la structure à un chargement latéral statique croissant jusqu'à ce qu'elle atteigne un déplacement maximal, appelé déplacement cible.
- ✓ Le déplacement cible représente généralement le déplacement du point appelé « nœud de contrôle ».
- ✓ FEMA 273 considère que ce nœud de contrôle correspond au centre de masse du dernier plancher de la structure, et les déplacements latéraux sont calculés pour ce nœud.
- ✓ Le déplacement est censé représenter le déplacement réel de la structure lors du séisme.
- ✓ La méthode n'exige pas la conversion de la courbe de capacité en spectre de capacité.
- ✓ La méthode fournit un processus direct pour le calcul de la « demande en déplacement ».
- ✓ Les sollicitations internes dans les éléments obtenues par cette analyse sont approximativement similaires à celles données par un calcul dynamique

## 2. Chargement latéral appliqué

- ✓ Forces latérales similaires aux forces d'inertie qui apparaissent dans la structure lors d'un séisme.
- ✓ FEMA 273 propose d'appliquer au moins 02 forces latérales :
- ✓ Une distribution uniforme dont les forces sont proportionnelles aux masses.
- ✓ La 2<sup>ème</sup> est l'une des 02 distributions:
  1. Forces latérales représentées par les valeurs de  $C_{vx}$  suivante et doit être utilisée si plus de 75% de la masse totale participe au mode fondamental dans la direction choisie
  2. Une distribution des forces latérales proportionnelles aux forces d'inertie des étages et qui doit être compatible avec la distribution des efforts tranchants dans ces étages calculés avec l'analyse spectrale avec un nombre de mode suffisant pour avoir 90% de la masse.

« k=1 » si  $T \leq 0,5$  s et « k=2 » si  $T \geq 2,5$  s. (interpoler)

T: période fondamentale

$C_{vx}$ : Facteur de distribution verticale

$W_x$ : poids du plancher considéré

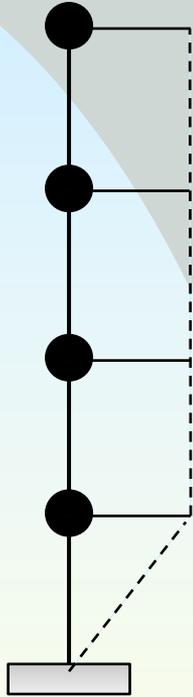
$W_i$ : poids du plancher « i »

$h_x$ : hauteur du plancher considéré à partir de la base

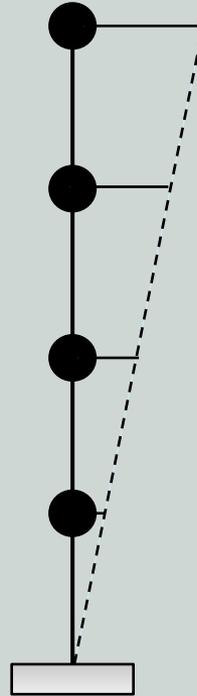
$h_i$ : hauteur du plancher « i »

$$C_{vx} = \frac{W_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n W_i h_i^k} \quad (19.12)$$

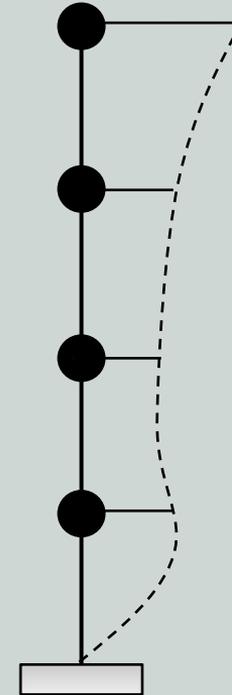
## Chargement latéral appliqué



Uniforme



Triangulaire



Distribution proportionnelle aux forces d'inertie des étages

**Distribution des forces latérales  
selon FEMA 273**

# 3. Détermination de la période fondamentale

- ✓ «  $T_e$  » doit être calculée en utilisant la courbe force-déplacement de l'analyse pushover, pour la direction considérée.
- ✓ La courbe non-linéaire est transformée en courbe bi-linéaire pour déterminer la rigidité «  $k_e$  » et l'effort tranchant correspondant à la limite élastique «  $V_y$  ». On aura:

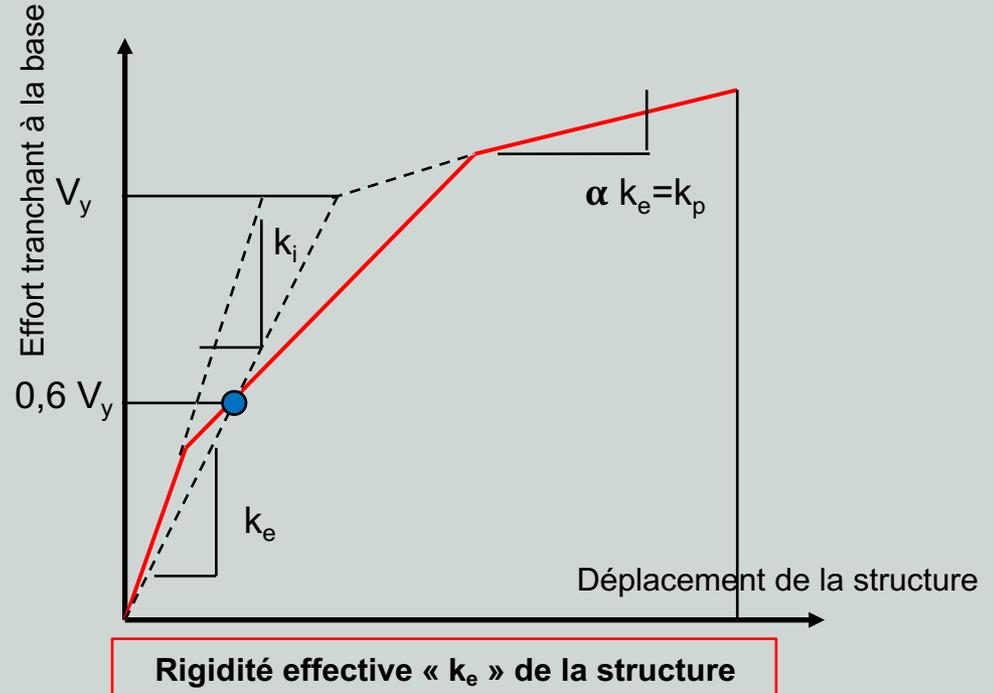
$$T_e = T_i \sqrt{\frac{k_i}{k_e}}$$

(19.13)

$T_i$ : période élastique (s) calculée dans la direction considérée par une analyse dynamique élastique

$k_i$ : Rigidité élastique de la structure

$k_e$ : Rigidité effective de la structure dans la direction considérée (correspondant à  $0,6 V_y$ )



La procédure nécessite « trial and error » essai et erreur démarche parce que la valeur de  $V_y$  n'est connue que lorsqu'on trace la ligne de  $K_e$ . Donc on essaye avec une ligne  $K_e$ , une valeur de  $V_y$  est définie et on vérifie l'intersection de  $K_e$  avec la courbe de capacité si elle est égale à  $0,6 V_y$ . Sinon, une nouvelle ligne  $K_e$  doit être tracée et le processus sera répété.

# 4. Calcul du déplacement maximal

FEMA propose l'expression du déplacement au sommet de la structure (déplacement cible):

Les constantes  $C_i$  pour prendre en considération les différents aspects de la partie non linéaire inélastique

Conversion du déplacement spectral à celui du sommet du SPDDL

Conversion du déplacement élastique à celui inélastique

Prise en compte effets dynamiques P- $\Delta$

Période « effective »

Déplacement spectral élastique  $S_d$  pour S1DDL

$$x_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g \quad (19.14)$$

$x_t^{in}$

Déplacement cible

Valeur maximale du déplacement du sommet correspondant au séisme future

Prise en compte de la forme des boucles hystérésis

Accélération spectrale à  $T_e$

$S_a$  correspond à  $T_e$  sur le spectre

$$x_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g$$

**Facteur  $C_0$**

Facteur correcteur qui relie le déplacement spectral au déplacement du sommet (SPDDL). Il se calcule:

- ✓ Par le facteur de participation modale correspondant au 1<sup>er</sup> mode au niveau du sommet
- ✓ Par le facteur de participation modale calculé correspondant à un vecteur de déformée de la structure au déplacement cible
- ✓ Par une valeur appropriée du tableau

Nbr d'étages	Facteur $C_0$
1	1,0
2	1,2
3	1,3
5	1,4
10 <sup>+</sup>	1,5

**FEMA 273**

Nbr d'étages	Facteur $C_0$		
	Charge triangulaire	Charge uniforme	Charge quelconque
1	1,0	1,0	1,0
2	1,2	1,15	1,2
3	1,2	1,2	1,3
5	1,3	1,2	1,4
10 <sup>+</sup>	1,3	1,2	1,3

**FEMA 356**

Utiliser une interpolation linéaire pour les valeurs intermédiaires

## Calcul du déplacement maximal

$$x_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g \quad (19.14)$$

### Facteur $C_1$

Facteur correcteur qui relie le déplacement inélastique au déplacement linéaire élastique :

$$C_1 = \begin{cases} 1 & T_e > T_c \\ \frac{1 + \frac{(R_\mu - 1)T_c}{T_e}}{R_\mu} & T_e < T_c \end{cases} \quad (19.15)$$

$C_1$  ne doit pas dépasser les valeurs

$$\begin{cases} C_1 = 1,5 & T < 0,1 \text{ s} \\ C_1 = 1 & T > T_c \end{cases}$$

$T_c$  : Période caractéristique du spectre de réponse, définie comme étant la période de transition entre le segment des accélérations constantes et le segment des vitesses constantes.

$T$  : Période fondamentale de la structure dans la direction considérée, calculée par l'une des méthodes:

**Méthode 1** : Analyse dynamique en utilisant les valeurs propres d'un modèle mathématique de la structure.

**Méthode 2** : En utilisant:  $T = C_t h_n^{3/4}$  ( $C_t=0,030$  pour BA ;  $0,035$  pour l'acier et  $h_n$ : hauteur de la base au sommet)

$R_\mu = \frac{S_{ae}}{v_y/W} \cdot \frac{1}{C_0}$  Facteur de réduction selon FEMA 273 (rapport entre les forces élastique et inélastique)

$V_y$ : effort tranchant relation bi-linéaire (voir courbe avant)

$W$ : poids de la structure

$S_{ae}$  : l'accélération spectrale correspondant à  $T_e$  et l'amortissement du bâtiment.

$$x_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g \quad (19.14)$$

## Facteur $C_2$

Facteur correcteur qui représente l'effet de la forme hystérétique sur le déplacement maximal, dépend du type du portique et du niveau de performance de la structure

Niveau performance	T=0,1 s		T ≥ T <sub>c</sub>	
	Portiques			
	Type 1 <sup>1</sup>	Type 1 <sup>2</sup>	Type 1 <sup>1</sup>	Type 1 <sup>2</sup>
Occupation immédiate	1,0	1,0	1,0	1,0
Sécurité de vie	1,3	1,0	1,1	1,0
Prévention de ruine	1,5	1,0	1,2	1,0

1. Structures avec +30% de l'effort tranchant dans n'importe quel niveau est repris par les éléments dont leur rigidité est détériorée lors du séisme (portiques résistants par le moment, palées de stabilité triangulées, murs en maçonnerie non armé).  
 2. Toutes structures non désignées en 1.

**Occupation Immédiate** : Correspond au comportement élastique de la structure, aucun endommagement significatif.

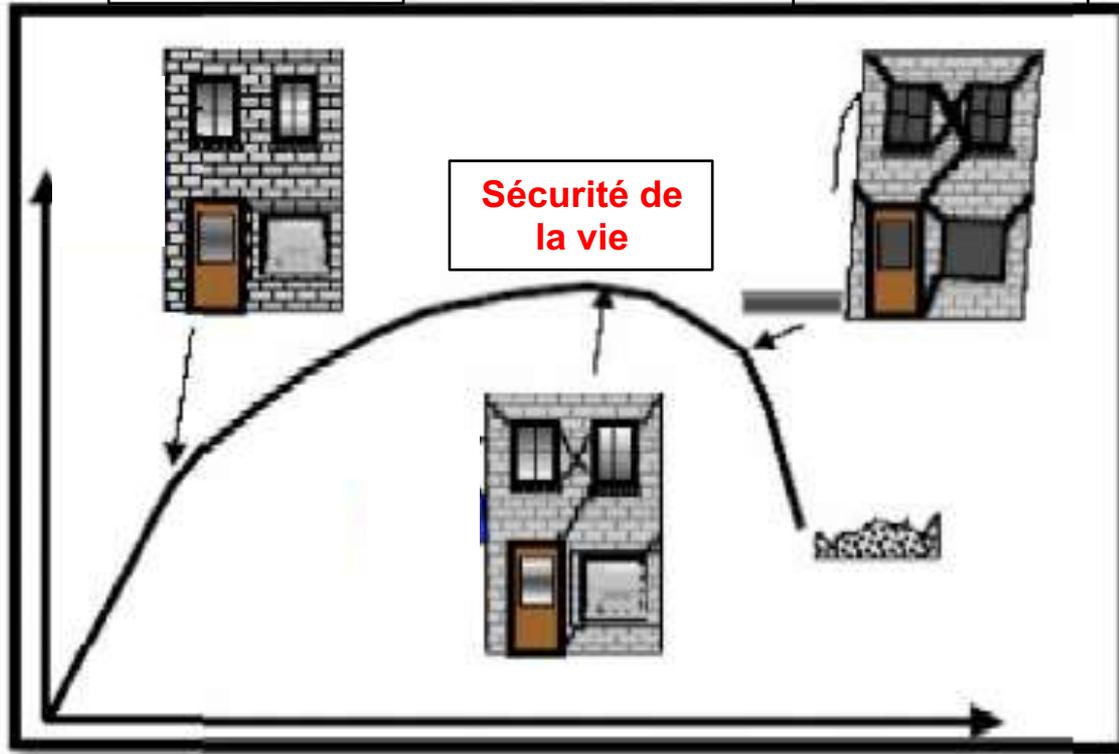
**Sécurité de vie** : Dommages importants dans les éléments structuraux avec une réduction considérable de la rigidité, cependant la structure conserve une large marge de résistance avant la ruine.

**Prévention de la ruine** : Dommages considérables dans les éléments structuraux et non structuraux, dégradation remarquable de la résistance et de la rigidité de la structure, avec une petite marge avant la ruine totale.

# Calcul du déplacement maximal

Occupation  
immédiate

Prévention de  
la ruine



Niveau de performance décrit par une  
courbe de capacité (selon FEMA 273)



$$x_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g \quad (19.14)$$

## Facteur $C_3$ (FEMA 273)

Facteur de modification pour représenter l'accroissement du déplacement sous les effets P- $\Delta$

$$(19.16) \quad \begin{cases} C_3 = 1. & \text{Batiment avec une rigidité post - élastique positive} \\ C_3 = 1 + \frac{|\alpha| [1 + (R_\mu - 1)^{3/2}]}{T_e} & \text{Batiment avec une rigidité post - élastique négative} \end{cases}$$

$\alpha$  : Rapport entre rigidité post-élastique et rigidité élastique (voir relation bi-linéaire).

$C_3$  ne doit pas dépasser les valeurs :

$$\begin{cases} C_3 = 1,0 & \theta < 0,1 \\ C_3 = 1 + \frac{5(\theta-0,1)}{T} & \theta > 0,1 \end{cases}$$

avec  $\theta$  : Coefficient de stabilité

$$\theta = \frac{P_i \delta_i}{V_i h_i} \quad (19.17)$$

$P_i$ : portion du poids total (poids propre et charges d'exploitation transmises au poteau du niveau « i »)

$V_i$ : Effort tranchant correspondant au niveau « i » dans la direction considérée.

$h_i$  : hauteur du niveau « i »

$\delta_i$  : Déplacement latéral du niveau « i »

# 5. Calcul de l'effort tranchant à la base

FEMA propose l'expression de l'effort latéral dans une direction donnée du bâtiment :

Cas statique linéaire équivalent

$$V = C_1 C_2 C_3 S_{ae} W \quad (19.18)$$

$S_{ae}$  : l'accélération spectrale correspondant à  $T_e$  et l'amortissement du bâtiment.

Cas statique non linéaire équivalent

On tire  $V$  de la courbe Push over correspondante à  $x_t$  (éq. 19.14) (voir résumé)

# 6. Distribution verticale des forces sismiques

FEMA propose l'expression de la force latéral sismique «  $F_x$  » appliquée à un niveau «  $x$  » :

(19.19)

$$F_x = C_{vx} V$$

$C_{vx}$  : facteur de distribution verticale. Déjà définie (19.12)

$$C_{vx} = \frac{W_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n W_i h_i^k}$$

«  $k=1$  » si  $T \leq 0,5$  s et «  $k=2$  » si  $T \geq 2,5$  s (interpoler)

$T$ : période fondamentale

$W_x$ : poids du plancher considéré

$W_i$ : poids du plancher «  $i$  »

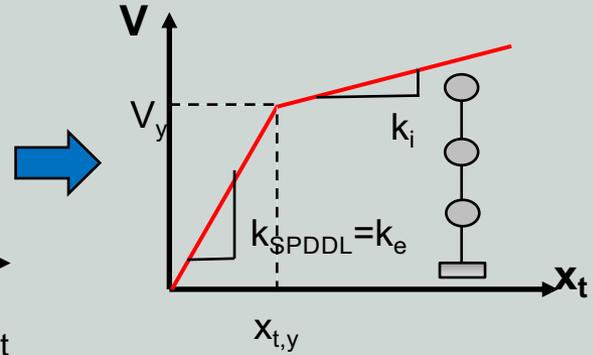
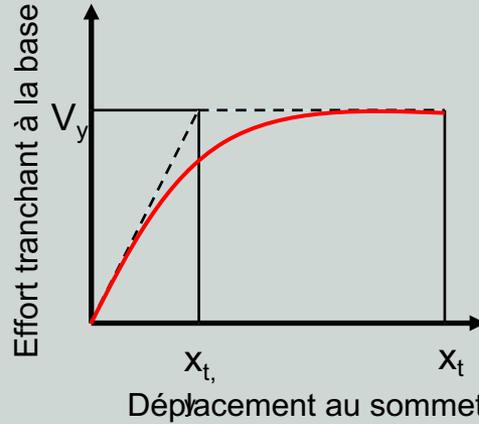
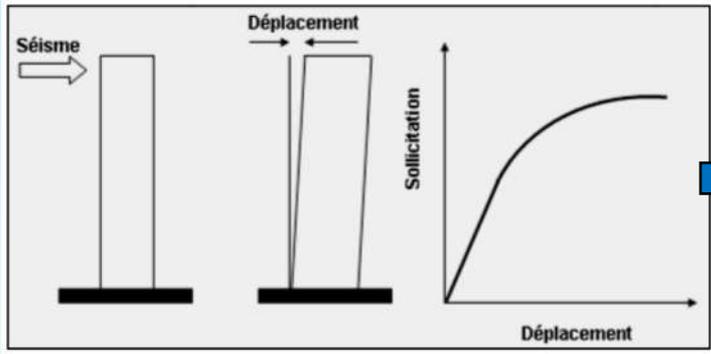
$h_x$ : hauteur du plancher considéré à partir de la base

$h_i$ : hauteur du plancher «  $i$  »

# 7. Distribution horizontale des forces sismiques

- ✓ A chaque niveau, les forces sismiques seront distribuées selon la distribution des masses à ce niveau
- ✓ Les forces horizontales doivent être distribuées dans les éléments de contreventement en supposant les planchers rigides dans leur plan.

Résumé de la méthode de calcul des coefficients de déplacement



- ✓ De cette courbe, on tire  $V_y$  et  $x_{t,y}$
- ✓ On peut calculer  $k_e = \frac{V_y}{x_{t,y}}$  et  $k_i = \alpha k_e$

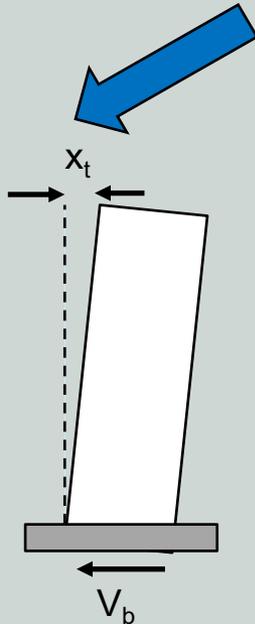
Détermination de la période effective

$$T_e = T_i \sqrt{\frac{k_i}{k_e}}$$

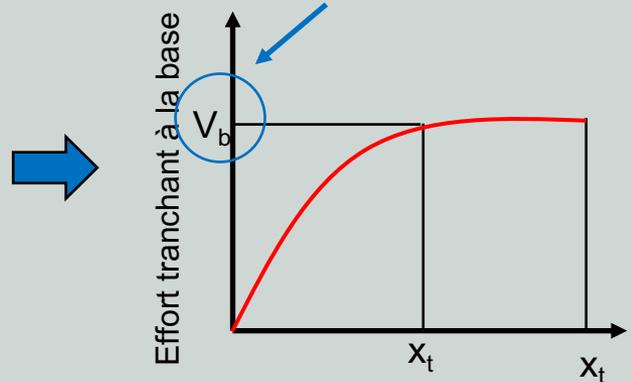
Calcul des coefficients  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$

Détermination du déplacement cible

$$x_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g$$



Détermination des réponses de la courbe Pushover pour «  $x_t$  » calculé



## Méthodes Statiques non Linéaires équivalentes

Point de performance ou bien  
déplacement cible sur la courbe  
Push Over

Approche de  
linéarisation  
équivalente

- ✓ ATC 40 : Méthode du spectre de capacité (aussi FEMA 273 et FEMA 356) (Chapitre 20)
- ✓ FEMA 440 Procédure de linéarisation équivalente améliorée (ATC 55) (**Chapitre 20**)

Approche de  
modification  
du  
déplacement

- ✓ FEMA 273 (FEMA 356) : Méthode du coefficient de déplacement (ATC 40) (Chapitre 21)
- ✓ **FEMA 440, ASCE 41-06 et ASCE 41-13: Méthode du coefficient de déplacement améliorée (ATC 55) (Chapitre 21)**

Autres

- ✓ NLRHA du S1DDL équivalent (**Chapitre 22**)
- ✓ Méthode N2 (**Chapitre 23**)
- ✓ Procédures d'analyse sismique basées sur multi-mode approximation (**Chapitre 24, 25, 26 et 27**)

**NLRHA** : NonLinear Response History Analysis  
**FEMA** : Federal Emergency Management Agency  
**ATC** : Applied Technology Council  
**ASCE** : American Society of Civil Engineering

## 8. FEMA 440 (2005) Amélioration de la méthode de calcul des coefficients de déplacement



### Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures

FEMA 440

June 2005



FEMA 440 (aussi ATC 55) en 2005 améliore les 02 méthodes : méthode spectrale de capacité et méthode des coefficients de déplacements.

1996 : ATC 40. *Seismic evaluation and retrofit of concrete building*. Projet financé par FEMA.

1997: FEMA 273 (préparé par ATC) *guidelines for the seismic rehabilitation of buildings*.

1997: FEMA 274 : *commentaires* de FEMA 273

2000: ASCE prépare FEMA 356 *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings* (le successeur de FEMA 273/274).

Tous ces documents utilisent des approches similaires.  
FEMA 273 et FEMA 356 : méthode des coefficients de déplacement

ATC 40 : Méthode du spectre de capacité

Les 02 utilisent la courbe push over pour représenter le comportement force-déformation inélastique d'un bâtiment.

Elles diffèrent dans la technique utilisée pour calculer la demande en déplacement inélastique pour une certaine excitation du sol

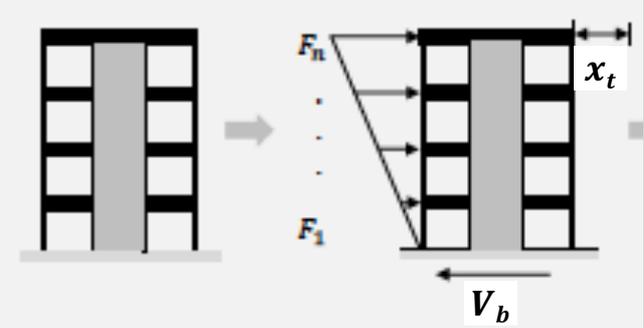
- ✓ L'idée des améliorations est de justifier les différences dans les résultats obtenus par les différentes procédures.
- ✓ La technique consiste à développer des séries d'oscillateurs non linéaires à 1SDDL avec des périodes, résistance et comportement hystérétique diverses.
- ✓ Ces S1DDL étaient soumis à des mouvements de sol représentant des conditions de site différentes.
- ✓ La base de données de plus de 180 000 prédictions du déplacement maximal a été utilisée comme benchmark pour juger de la précision de la méthode statique non linéaire.
- ✓ Des comparaisons ont été faites (S1DDL) avec la méthode exacte temporelle non linéaire et les différences ont été traitées statistiquement.

### Amélioration ?

- Coefficients C1 et C2
- Coefficient C3 remplacé avec une limitation sur la résistance minimale pour éviter l'instabilité dynamique

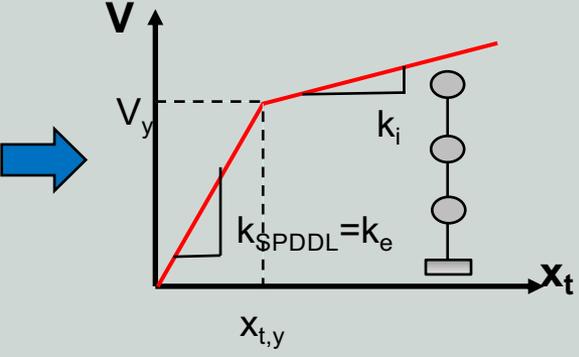
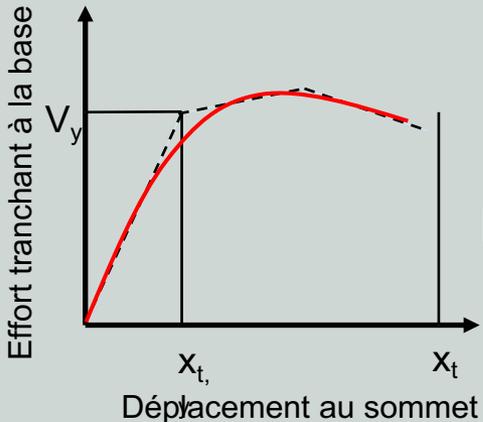
FEMA 273	FEMA 440
$x_{t, in} = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g$	$x_{t, in} = C_0 C_1 C_2 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g$
<p style="text-align: center;"><math>C_3</math></p>	<p><b>C3 est remplacé par l'introduction de la notion de contrainte de résistance obtenue par application d'une valeur maximale de R</b></p> $R_{max} = \frac{\Delta_d}{\Delta_y} + \frac{\alpha_2^{-t}}{4^t} ; t = 1.0 + 0.5 \ln(T)$ <p><math>\Delta_d</math>: déformation à résistance maximale  <math>\Delta_y</math>: yield déformation  : pente négative force-déformation</p>
$T_e = T_i \sqrt{\frac{k_i}{k_e}}$	<p style="text-align: center;">Idem</p>
$\begin{cases} C_1 = 1. & T_e > T_c \\ C_1 = \frac{\left[ 1 + \frac{(R_\mu - 1)}{T_e} \right]}{R_\mu} & T_e < T_c \end{cases}$ $\begin{cases} C_1 = 1,5 & T < 0,1 s \\ C_1 = 1 & T > T_c \end{cases}$	$C_1 = 1 + \frac{(R_\mu - 1)}{\alpha T_e^2}$ <p><math>\alpha</math>: dépend de la classe du site.  <math>\alpha=130, 90</math> et <math>60</math> pour B, C et D  Pour <math>T_e &lt; 0,2 s</math> prendre <math>C_1(0,2)</math>  Pour <math>T_e &gt; 1,0 s</math>. <math>C_1=1</math></p>
<p><b>Facteur correcteur qui représente l'effet de la forme hystérétique sur le déplacement maximal, dépend du type du portique et du niveau de performance de la structure</b></p>	$C_2 = 1 + \frac{1}{800} \frac{(R_\mu - 1)^2}{T_e}$ <p>Pour <math>T_e &lt; 0,2 s</math> prendre <math>C_2(0,2)</math>  Pour <math>T_e &gt; 0,7s</math>. <math>C_2=1</math></p>

Résumé de la méthode de calcul des coefficients de déplacement améliorée (FEMA 440)



Déterminer les propriétés modales  $\Gamma, \phi, T$

Pousser pour obtenir  $V_b$  Vs  $x_t$



✓ De cette courbe, on tire  $V_y$  et  $x_{t,y}$   
 ✓ On peut calculer  $k_e = \frac{V_y}{x_{t,y}}$  ;  $k_i = \alpha k_e$  et  $R_\mu$

✓ Détermination de la période effective

$$T_e = T_i \sqrt{\frac{k_i}{k_e}}$$

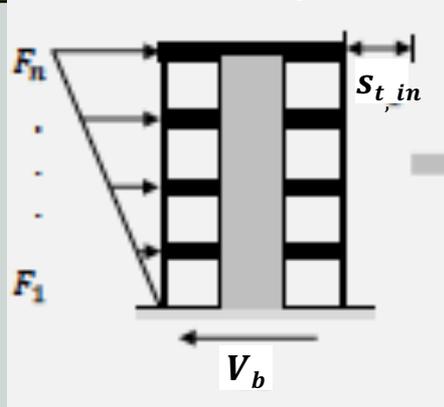
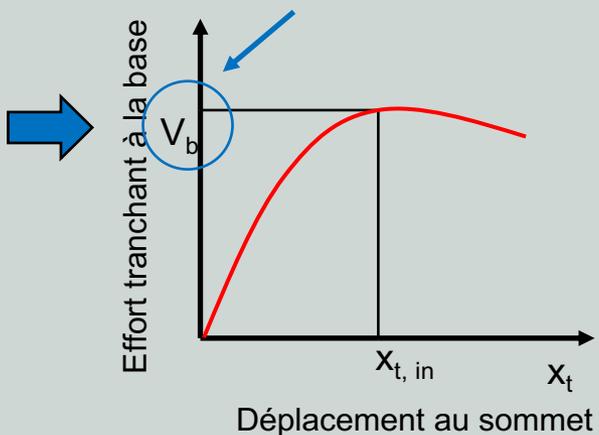
✓ Calcul des coefficients  $C_0, C_1$  et  $C_2$

$$C_1 = 1 + \frac{(R_\mu - 1)}{\alpha T_e^2} \text{ et } C_2 = 1 + \frac{1}{800} \frac{(R_\mu - 1)^2}{T_e}$$

✓ Détermination du déplacement cible

$$x_{t, in} = C_0 C_1 C_2 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g$$

Détermination des réponses de la courbe Pushover pour «  $x_{t, in}$  » calculé



**Merci. Fin du chapitre 21**

# *Dynamique des structures*

**Abdellatif MEGNOUNIF**

**Prochain Cours**

**Chap. 22**

**Méthode NLRHA pour les systèmes  
1SDDL équivalent**