Dynamique des Structures

Abdellatif MEGNOUNIF
E-mail: abdellatif_megnounif@yahoo.fr

Application 21

Calcul de la réponse dynamique par la méthode N2

Exemple 21 **Dimanche 12.05.2024**

Objectif

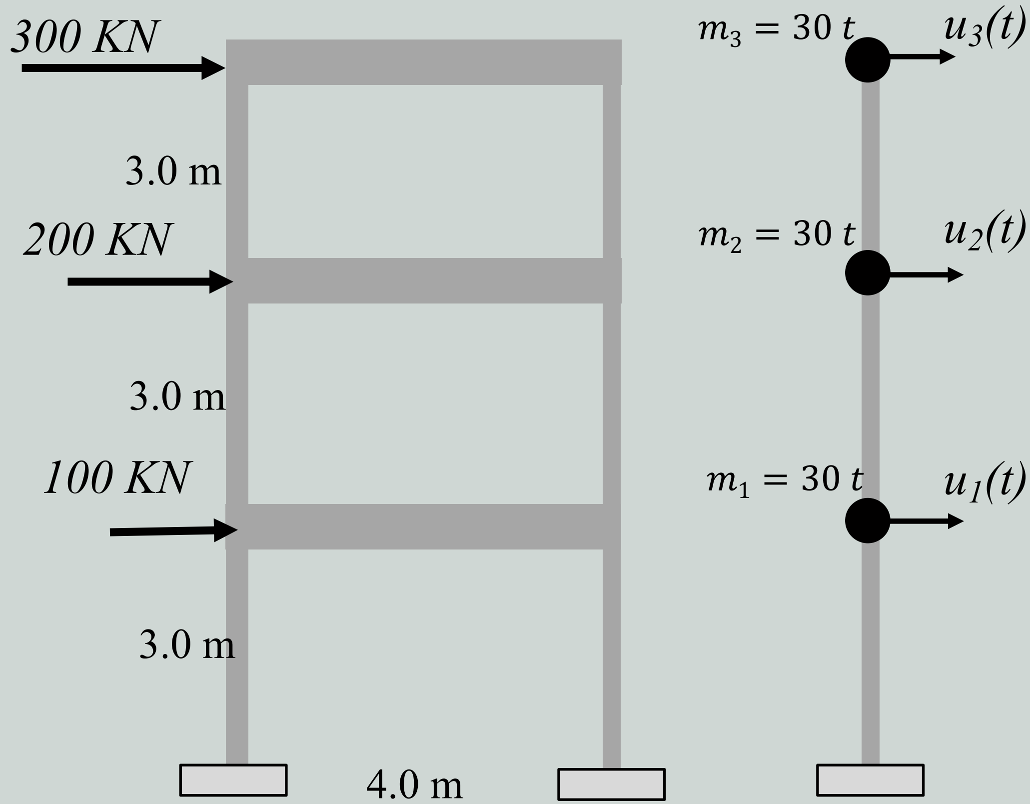
Le but de cette application est de :

- **Calculer la réponse dynamique d'une structure simple par la méthode statique non linéaire équivalente.**
- **On utilise la méthode N2 en association avec la méthode push over.**

Exemple

Considérons le portique à 03 étages de la figure ci-contre avec les données mentionnées.

i) Calculer la réponse dynamique en utilisant la méthode N2 en association avec la méthode push over.



Poteaux et poutres : 40 x 40 cm

Pour le spectre de réponse

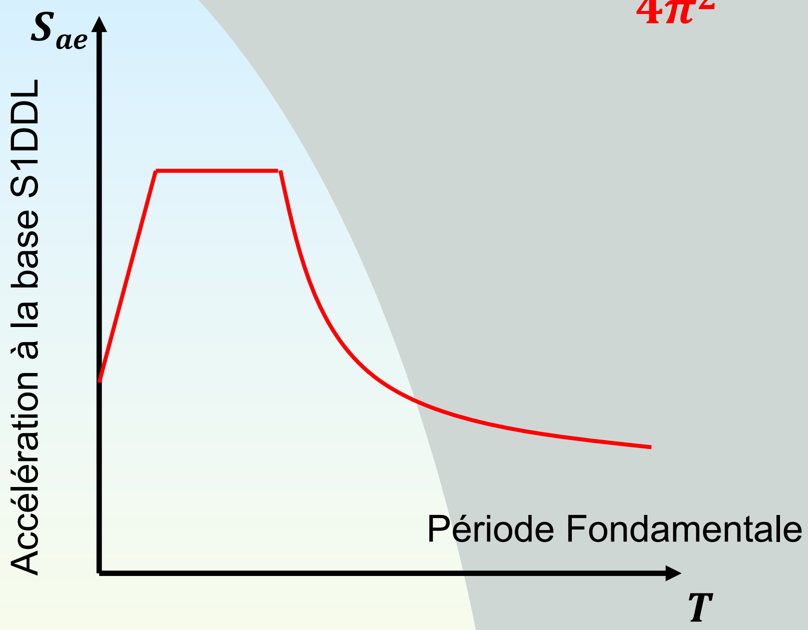
RPA 99-2003

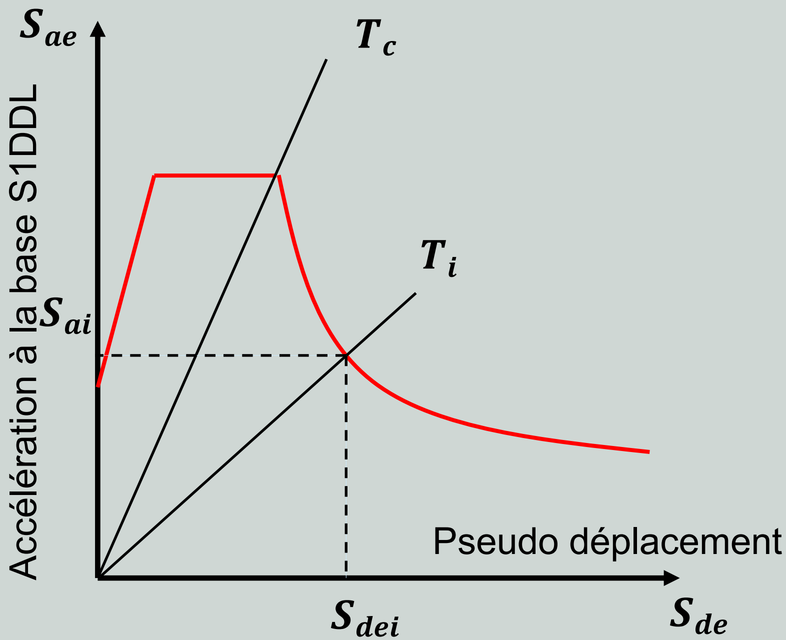
- ✓ Zone III
- ✓ Groupe 2
- ✓ Site S3 (T1=0,15 ; T2=0,5)
- ✓ R=1 (spectre élastique)
- ✓ Q=1
- ✓ A=0,25
- ✓ ξ=5%

Etape 1 :

Transformer le spectre élastique du format standard (S_{ae}, T) au format (S_{ae}, S_{de}). C'est la courbe de demande en format ADRS.

$$S_{de} = \frac{T^2 S_{ae}}{4\pi^2}$$





Conversion du spectre de réponse (S_{ae}, T) au forant (S_{ae}, S_{de})

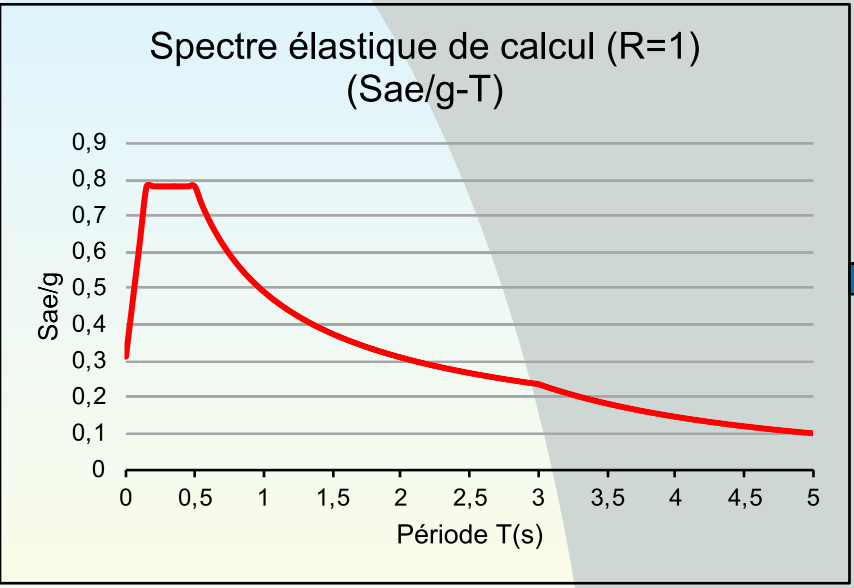
Courbe de demande

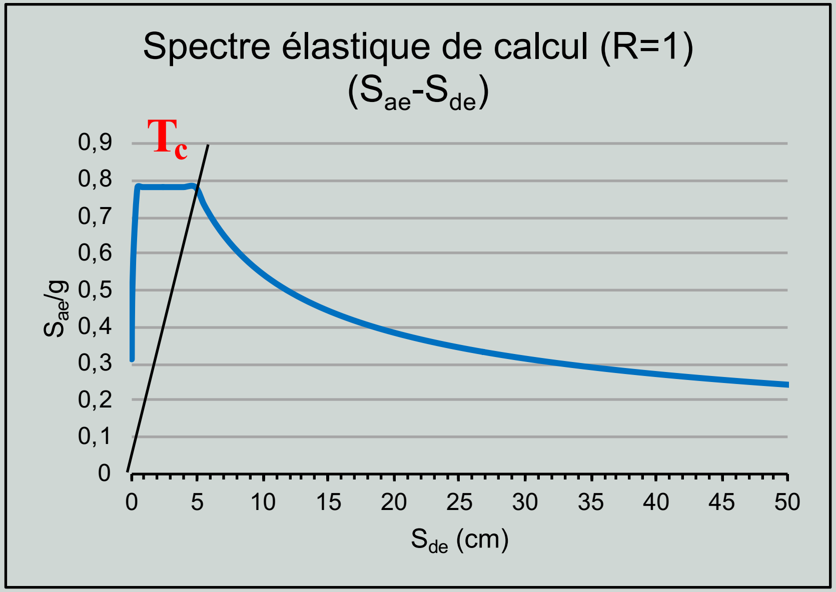
T_C: Période caractéristique du spectre de réponse, définie comme étant la période de transition entre le segment des accélérations constantes et le segment des vitesses constantes.

(S_{ae}) accélération élastique et (S_{de}) spectre de déplacement pour un amortissement et une accélération au sol

Etape 1 :

La transformation se fera par : $S_{de} = \dfrac{T^2 S_{ae}}{4\pi^2}$



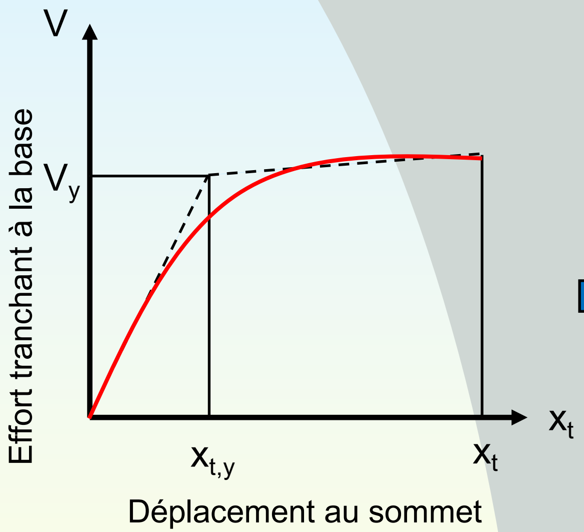


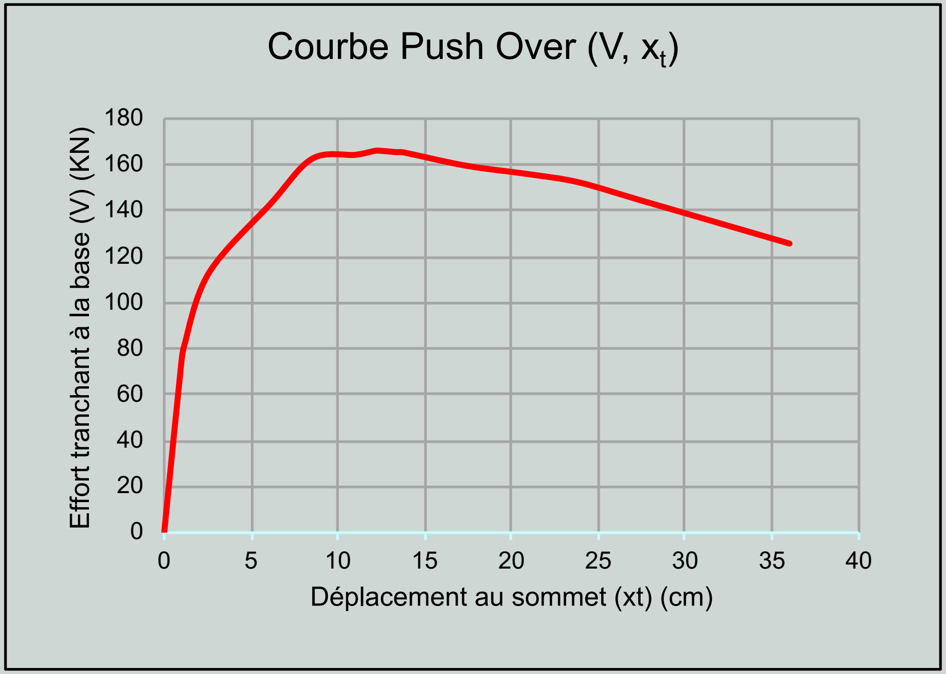
Courbe de demande

Etape 2 :

Déterminer la courbe push over (par SAP2000, par exemple) dans le repère (V,x_t)

Courbe Pushover ?

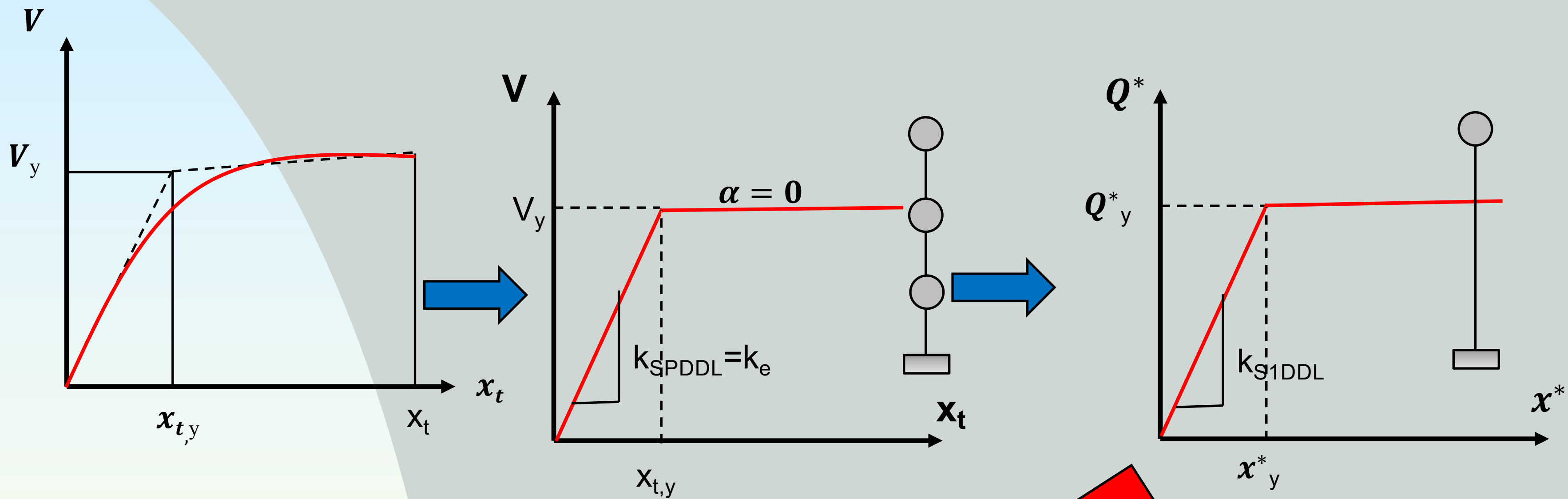




Etape 3 :

Bilinéarisation de la courbe push over (V, xt) pour la transformer en courbe bilinéaire en (Q*, x*) avec : $Q^* = \frac{V}{\Gamma_1 \phi_{1,n}}$ **et** $x^* = \frac{x_t}{\Gamma_1 \phi_{1,n}}$

Méthode N2 : « α = 0 » (élasto-plastique parfait



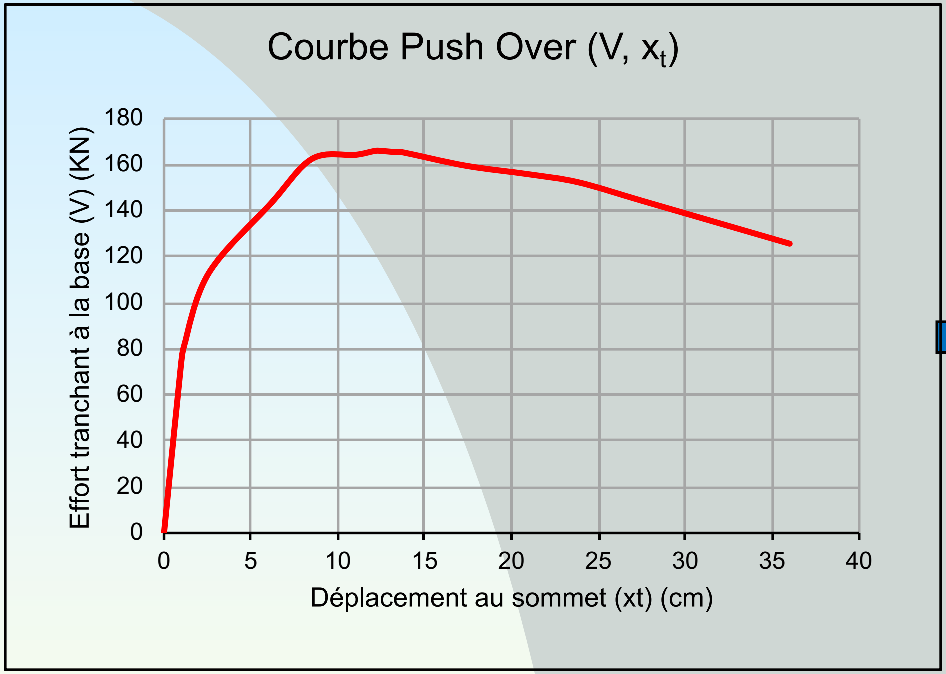
$$x^*_y = \frac{x_{t,y}}{\Gamma_1 \phi_{1,n}}$$

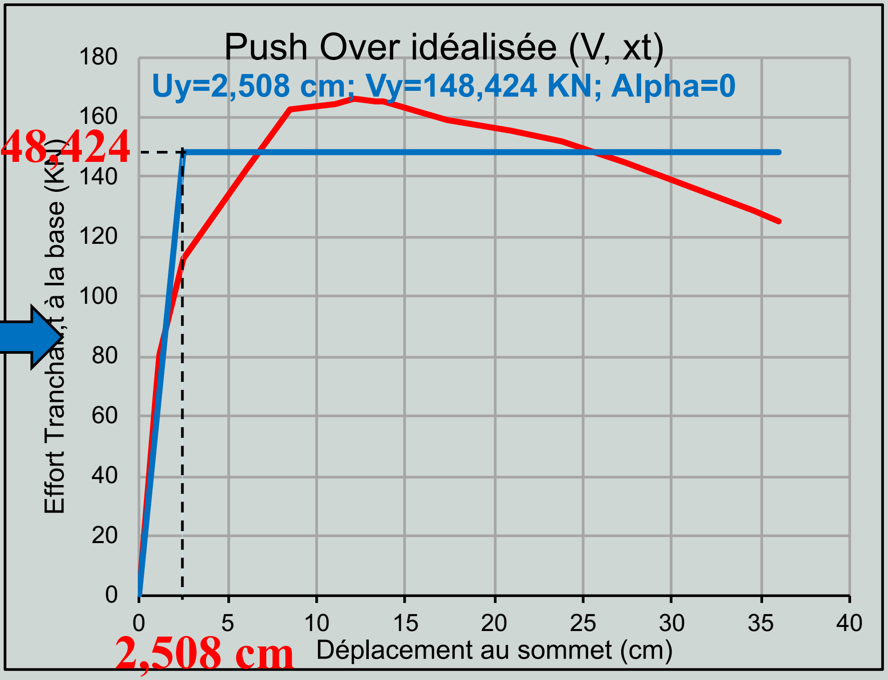
$$Q^*_y = \frac{V_y}{\Gamma_1 \phi_{1,n}}$$

- ✓ De cette courbe, on tire x^*_y et Q^*_y
- ✓ On peut calculer $k_e = \frac{Q^*_y}{x^*_y}$ et $\alpha = 0$

Et $$T = 2\pi \sqrt{\frac{x^*_y M^*}{Q^*_y}}$$ **Et** $$k_e = \frac{Q^*_y}{x^*_y}$$

Bilinéarisation se fera par égalité des surfaces au dessus et au dessous de la courbe push over





De cette courbe idéalisée, on peut tirer :

$$x_{ty} = 2{,}508 \text{ cm} \qquad V_y = 148{,}424 \text{ KN}$$

Etape 4 :

Transformer la courbe bilinéarisée de (V, xt) en (Q*, x*), avec :

$$S_d = x^* = \frac{x_t}{\Gamma_1 \phi_{1,n}}$$

$$Q^* = \frac{V}{\Gamma_1 \phi_{1,n}}$$

Pour notre cas :

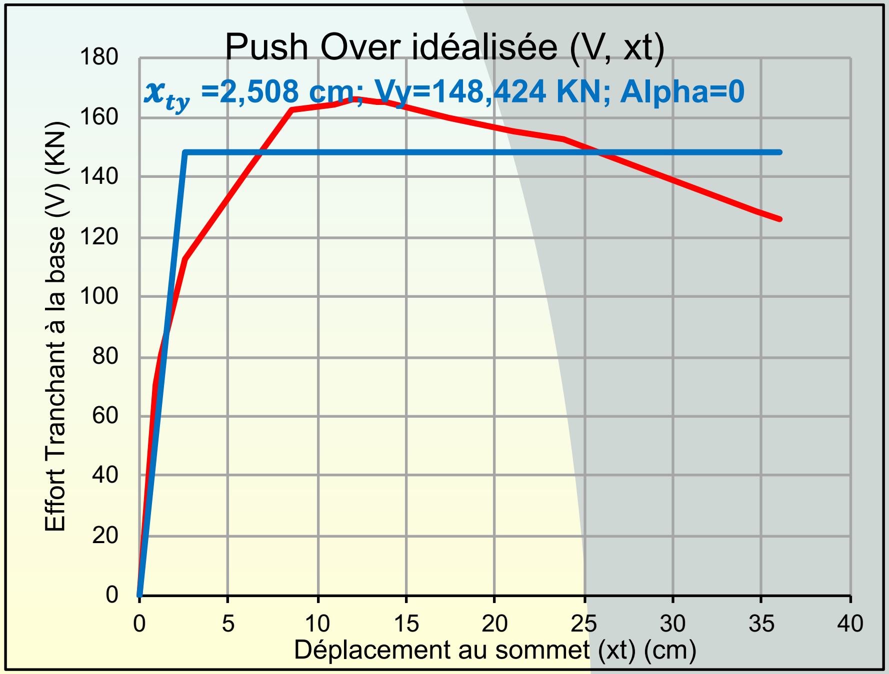
Masse : $M = \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} (t)$

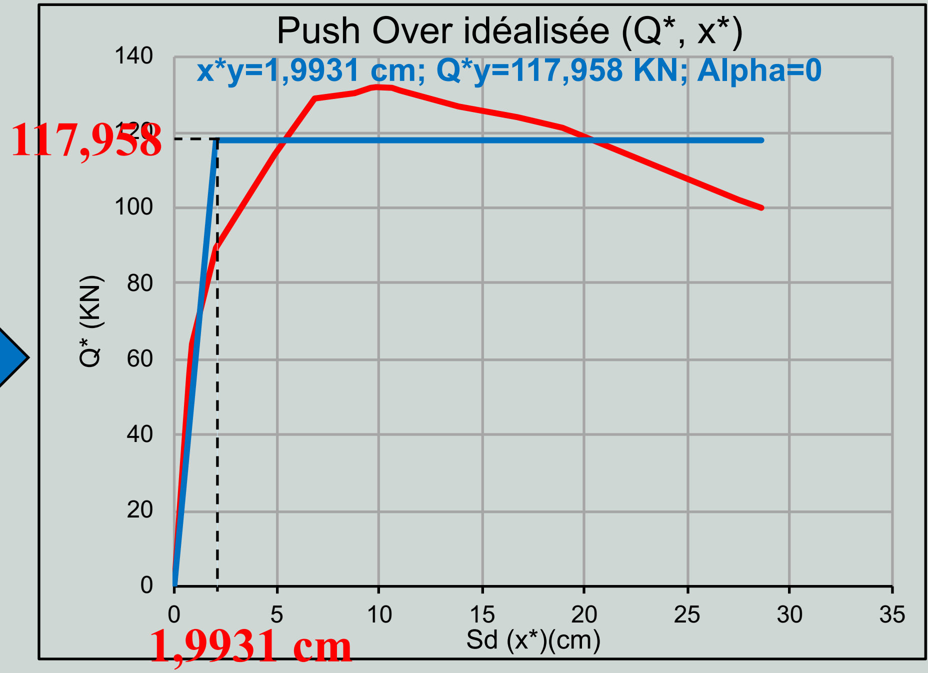
$$\{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,0405 \\ 0,0973 \\ 0,1362 \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,2973 \\ 0,7144 \\ 1,0 \end{Bmatrix}$$

Sachant que :

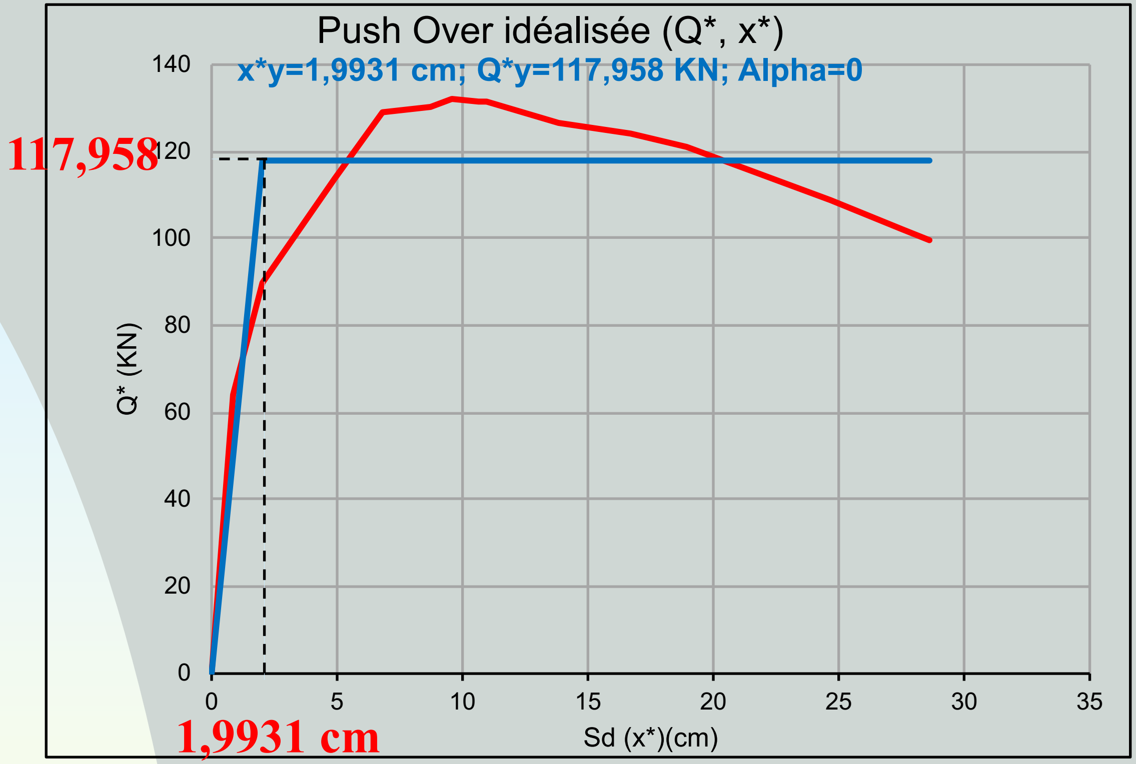
et

$$L_1 = \{\phi\}^T[M]\{\Delta\} = 60351 \qquad M_1 = \{\phi\}^T[M]\{\phi\} = 47962,64 \qquad \Gamma_1 = \frac{60351}{47962,64} = \frac{L_1}{M_1} = 1,2583$$





Caractéristiques du S1DDL



De cette courbe idéalisée, en (Q*, x*), on tire

$$x_y^* = 1{,}9931 \text{ cm}$$

$$\mathrm{Q}^* = 117{,}958 \text{ KN}$$

$$M^* = L_1 = \{\phi\}^T[M]\{\Delta\} = 60351$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{x_y^* M^*}{Q_y^*}} = 0,635\ s$$

$$k_e = \frac{Q_y^*}{x_y^*} = 5918,318\ KN/m$$

Etape 5 :

Diagramme de capacité

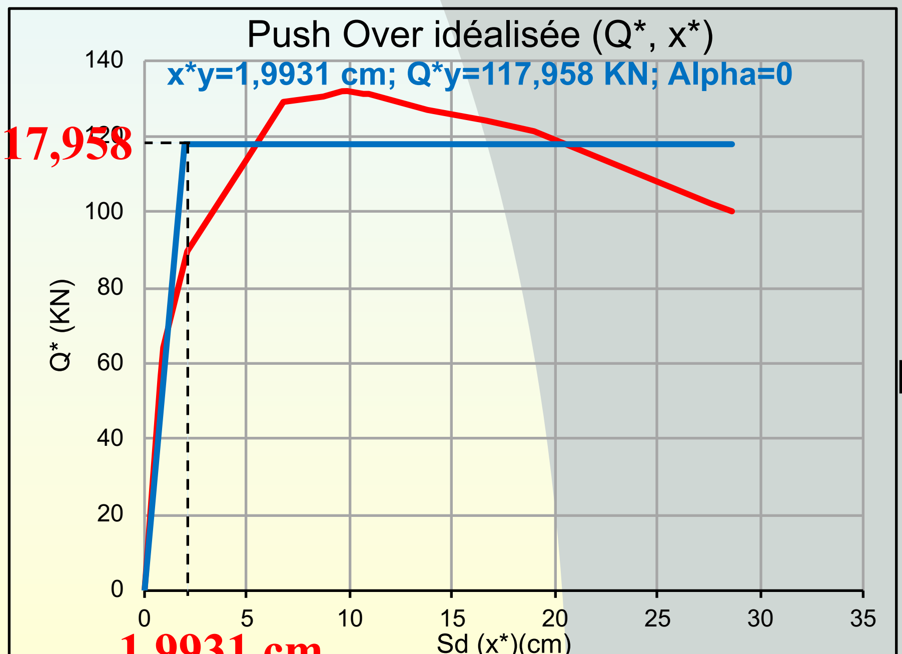
Transformer la courbe de push over idéalisée (Q*- x*) en courbe accélération à la base (S_a) – déplacement ($S_d = x^*$) d'un S1DDL

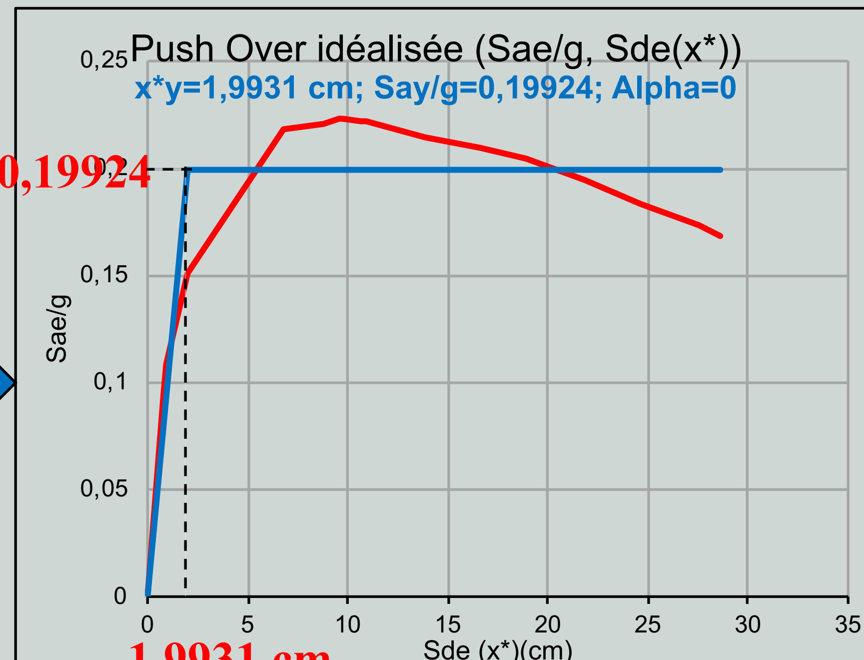
$$S_{de} = x^* = \frac{x_t}{\Gamma_1 \phi_{1,n}}$$ et $$S_{ae}/g = \frac{F_1}{L_1}\frac{1}{g} = \frac{Q^*}{L_1}\frac{1}{g} = \frac{V}{\Gamma_1 L_1 \phi_{1,n}}\frac{1}{g}$$

Masse : $M = \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} (t)$

$$\{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,0405 \\ 0,0973 \\ 0,1362 \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,2973 \\ 0,7144 \\ 1,0 \end{Bmatrix}$$

$L_1 = \{\phi\}^T[M]\{\Delta\} = 60351$ $\quad M_1 = \{\phi\}^T[M]\{\phi\} = 47962,64$ $\quad \Gamma_1 = \frac{60351}{47962,64} = \frac{L_1}{M_1} = 1,2583$





Etape 6 :

Spectre inélastique

Le spectre inélastique s'obtient par réduction du spectre élastique :

$$S_{a-in} = \frac{S_{ae}}{R_\mu} \quad \text{et} \quad S_{d-in} = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} = \frac{\mu}{R_\mu} \frac{T^2 S_{ae}}{4\pi^2} = \mu \frac{T^2}{4\pi^2} S_{a-in}$$

Avec (Proposition N2):

$$R_\mu = (\mu - 1)\frac{T}{T_C} + 1 \qquad T < TC$$

$$R_\mu = \mu \qquad T > TC$$

Dans notre cas :

$$T = 0,635 > TC = 0,5$$

D'où : $R_\mu = \dfrac{S_{ae}}{S_{a-in}} = \mu$ **et** $\mu = \dfrac{S_{din}}{x*} = \dfrac{S_{de}}{x*}$

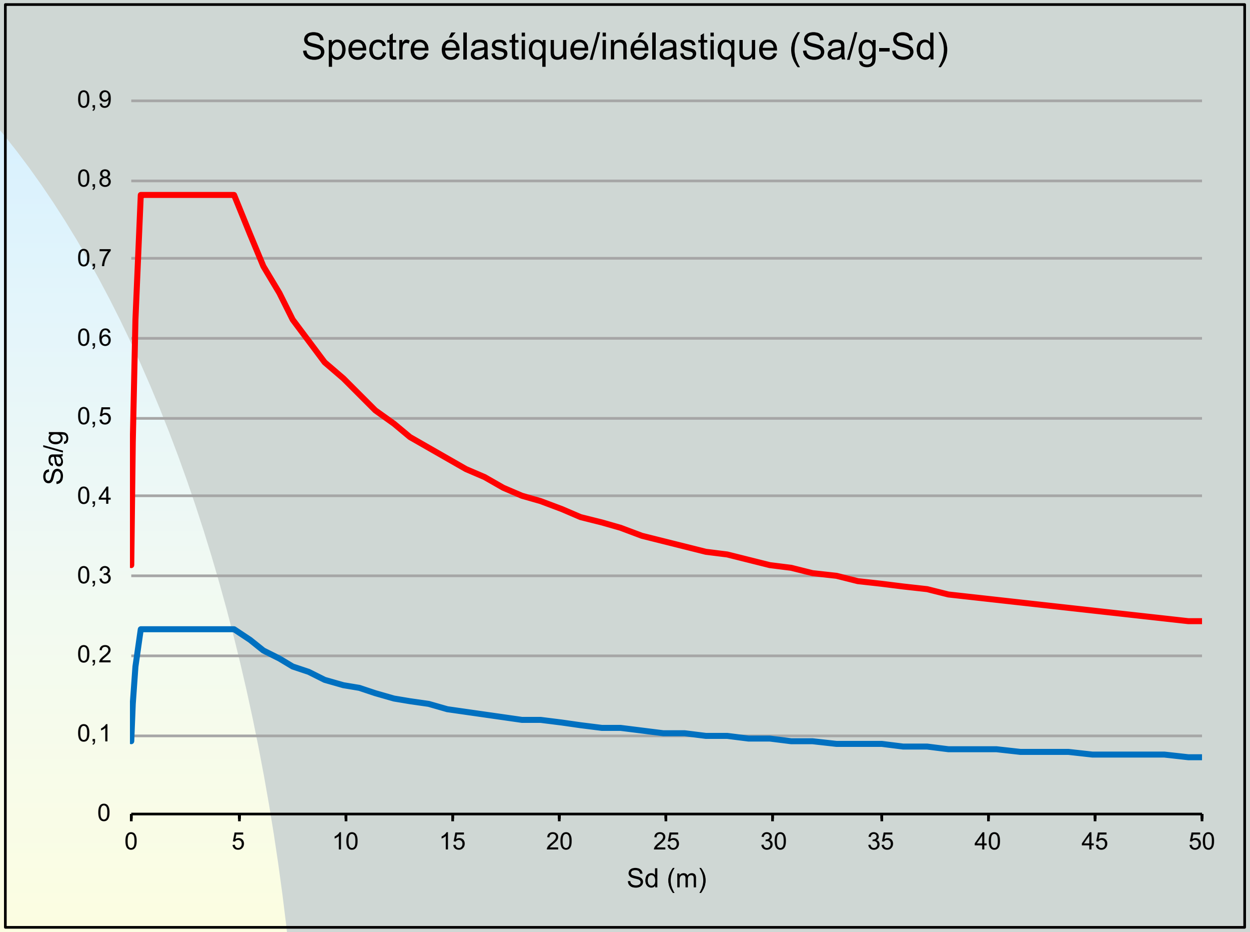
S_{ae}: **Est tirée du spectre élastique pour Te=0,635 s. Soit** $S_{ae} = 6,535\ m/s2$

Et $S_{a\ -\ in} = \dfrac{Q_y{}^*}{L_1} = \dfrac{117958}{60351} = 1,9545$

Enfin $R_\mu = \dfrac{S_{ae}}{S_{a-in}} = \dfrac{6,535}{1,9545} = 3,35$

En divisant le spectre élastique par ce facteur, on obtient le spectre inélastique

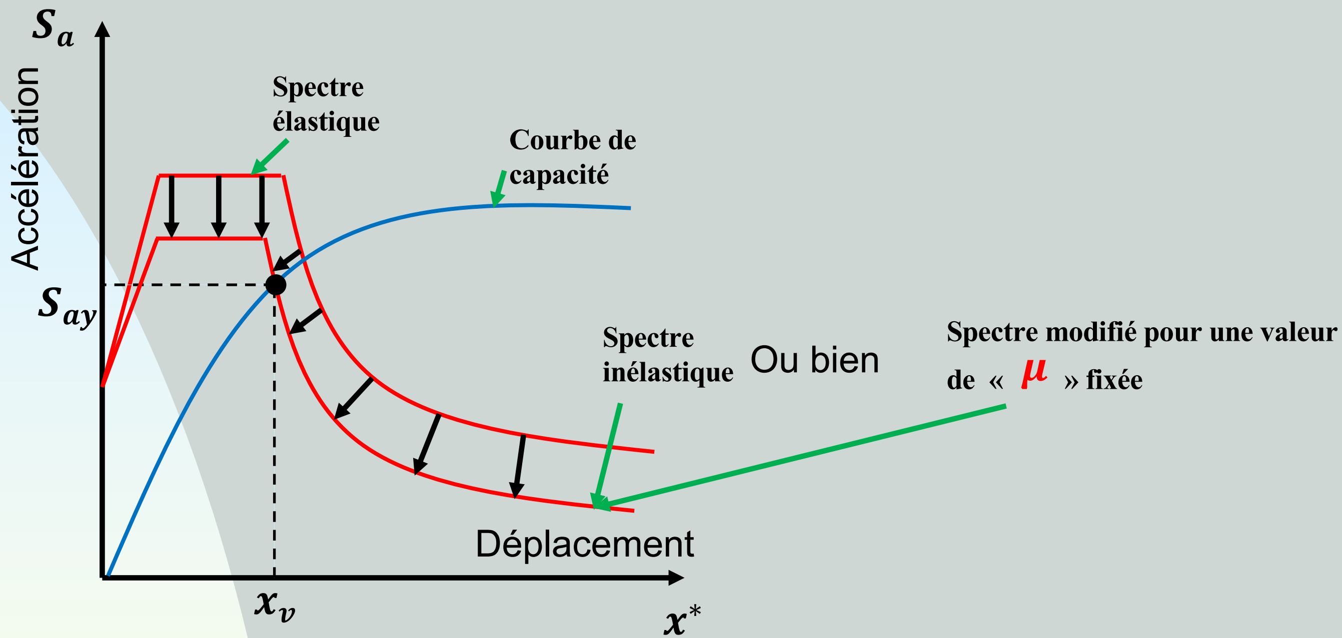
Spectre inélastique



Courbe de demande

Etape 7 :

Représenter la courbe de capacité et la courbe de demande sismique dans un même graphe pour l'obtention du point d'intersection



Détermination du déplacement

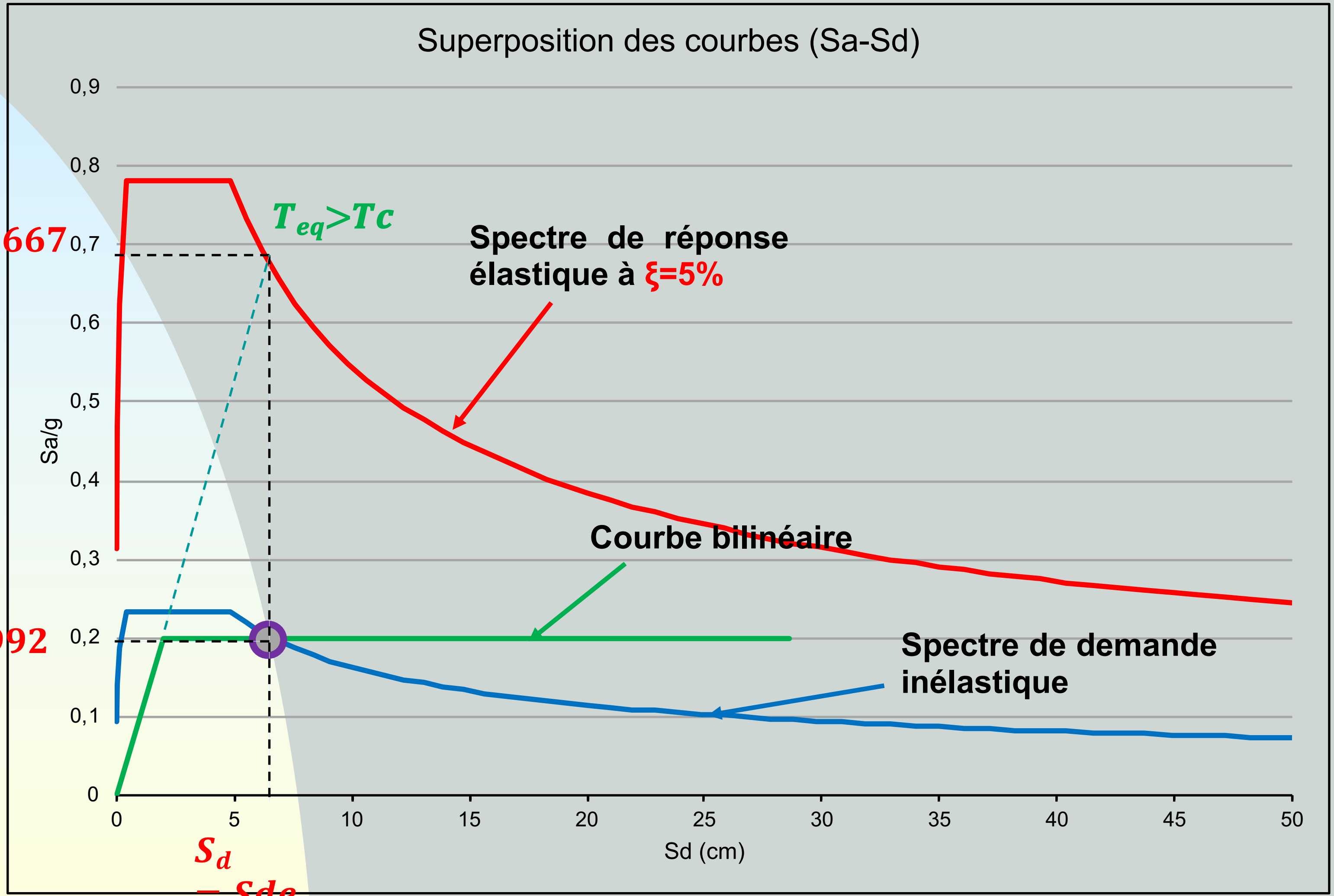
Spectre modifié pour un une valeur de « μ » fixée

Conversion d'un S1DDL Non linéaire en un S1DDL linéaire équivalent

Etape 7 :

$S_{ae}/g = 0,667$

$\frac{S_{ay}}{g} = 0,1992$



$S_d = Sde = 6,68\ cm$

$$S_{de} = \frac{T^2 S_{ae}}{4\pi^2}$$

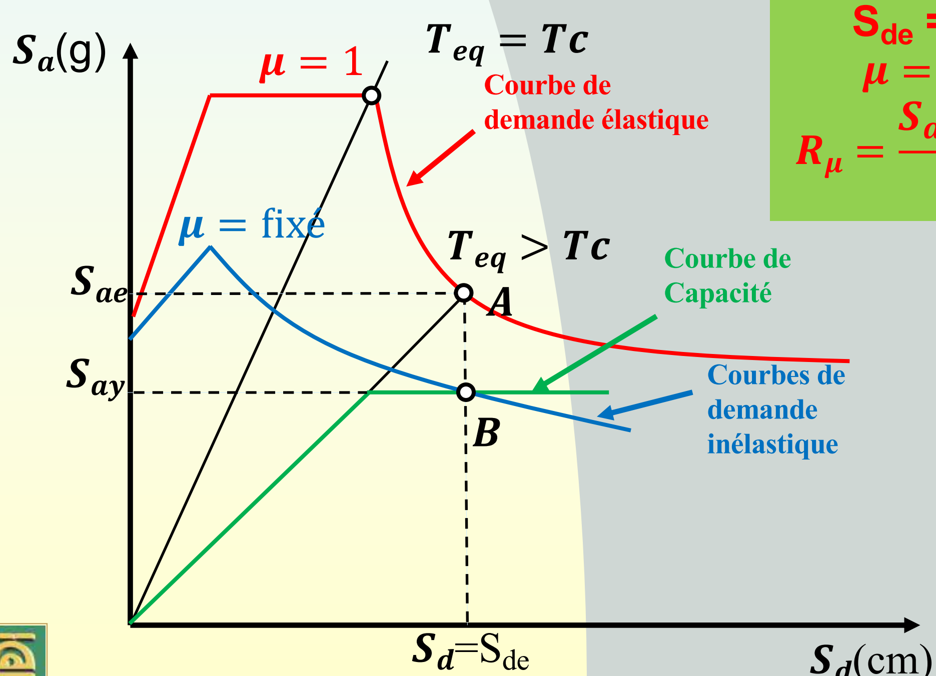
Etape 8 :

Demande sismique (déplacement) du S1DDL équivalent ?

Le calcul du déplacement dépend de la période du S1DDL équivalent et de la position de cette période par rapport à la période caractéristique. On aura

1er cas : $T_{eq} \geq T_c$

Dans ce cas, le déplacement élastique « $S_{de} = S_d$» au déplacement inélastique (critère d'égalité des déplacements dans la gamme des moyennes et longues périodes) et la ductilité « $\mu = R_\mu$ ».



$S_{de} = S_d$

$\mu = R_\mu$

$$R_\mu = \frac{S_{ae}(T_{eq})}{S_{ay}}$$

1. L'intersection de la ligne radiale correspondant à la période du système (T_{eq}) avec le spectre de demande élastique donne le point A(S_{de}, S_{ae})
2. L'intersection entre la courbe de capacité et la demande inélastique donne le point B(S_d=S_{de}, S_{ay})

Moyennes et longues périodes

Spectres élastique, inélastique et courbe de capacité pour « μ constante » dans le format (S_a, S_d)

Etape 8 :

Calcul du déplacement du S1DDL équivalent

Dans notre cas :

1er cas : $T_{eq} \geq T_c$

D'où « $S_{de} = S_{d\text{-}in}$» au déplacement inélastique (critère d'égalité des déplacements dans la gamme des moyennes et longues périodes) et la ductilité « $\mu = R_\mu$ ».

Or : $$S_{de} = \frac{T^2 S_{ae}}{4\pi^2}$$ **Avec** $S_{ae}/g = 0,667$ **Tirée de la courbe élastique correspondant à T_{eq}**

D'où : $$S_{de} = Sd\_{in} = \frac{T^2 S_{ae}}{4\pi^2} = \frac{(0,635)^2 0,667\ x\ 9,81}{4\pi^2} = 6,68\ cm$$

Etape 9 :

Calcul du déplacement et de l'effort tranchant à la base du SPDDL

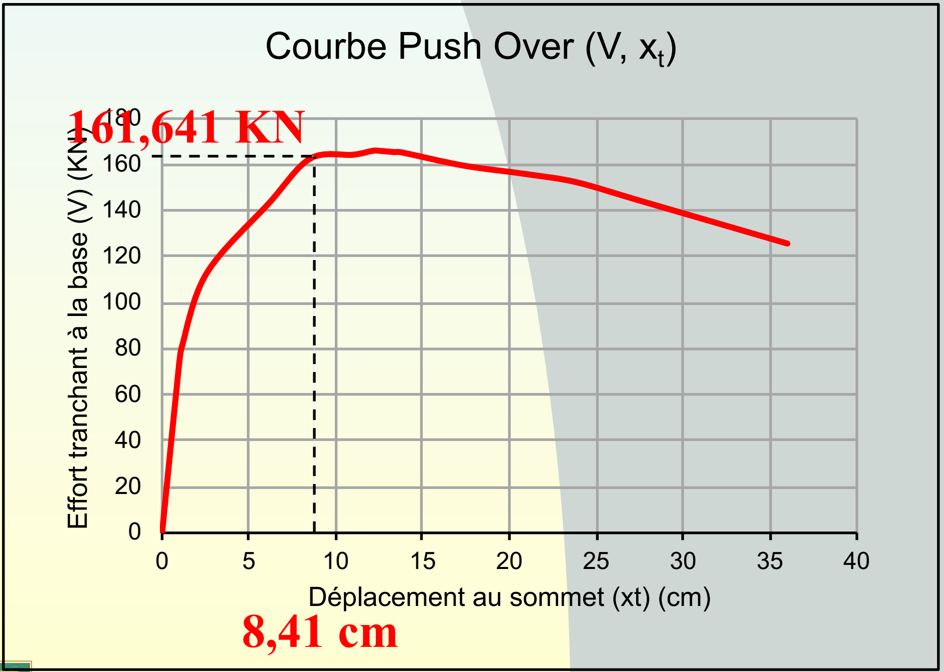
Une fois calculé, le déplacement du S1DDL équivalent, on revient au SPDDL, avec :

$$x_t = \mathrm{Sd}\_{in}\, \Gamma_1\, \phi_{1,n}$$

D'où

$$x_t = 6,68 \text{ x } 1,2583 \ x\ 1 = 8,41\ cm$$

A partir de cette valeur de « xt » on va vers la table des valeurs du push over et on tire la valeur de « V » correspondante



On tire la valeur de « V » par interpolation

LoadCase	Step	Displacement	BaseForce	AtoB
Text	Unitless	m	KN	Unitless
Push	3	0,025646	112,805	12
Push	4	0,061646	143,345	12
Push	5	0,085305	162,623	10
Push	6	0,110116	164,298	10
Push	7	0,120578	165,907	10

Avec, ces 02 valeurs, au sommet du bâtiment « $x_t = 0,0841m$ » et « V_b=161,641 KN » on va les distribuer sur les hauteurs

Les déplacements par étage, seront :

$$x = \phi_1 x_t \quad \textbf{Avec} \quad \{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,2973 \\ 0,7144 \\ 1,0 \end{Bmatrix} \quad \textbf{On aura} \quad \{x\} = \begin{Bmatrix} 0,2973 \\ 0,7144 \\ 1,0 \end{Bmatrix} 0,0841$$

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} 0,025 \\ 0,06 \\ 0,0841 \end{Bmatrix}$$

La répartition de l'effort tranchant à la base suivant la hauteur, sera

$$F_i = \frac{W_i\, hi}{\sum_{j=1}^{n} W_j\, hj} V$$

Etage	W_i(KN)	h_i(m)	$W_i.h_i$	$\frac{W_i h_i}{\sum_{j=1}^{n} W_j h_j}$	Fe (KN)	Cumul Fe
1	294,3	3	882,9	0,167	26,94	26,94
2	294,3	6	1765,8	0,333	53,88	80,82
3	294,3	9	2648,7	0,5	80,821	161,641164,229
			5297,4		161,641	

Merci. **Fin de l'Application 21**