

# *Dynamique des Structures*

**Abdellatif MEGNOUNIF**

E-mail: [abdellatif\\_megnounif@yahoo.fr](mailto:abdellatif_megnounif@yahoo.fr)

## **Application 19**

**Calcul de la réponse dynamique  
par la méthode du spectre de  
capacité selon ATC 40**

**Exemple 19 Samedi 04.05.2024**

© **Abdellatif MEGNOUNIF FT-Tlemcen**

# Objectif

**Le but de cette application est de :**

- ❖ **Calculer la réponse dynamique d'une structure simple par la méthode statique non linéaire équivalente.**
- ❖ **On utilise la méthode du spectre de capacité en association avec la méthode push over.**

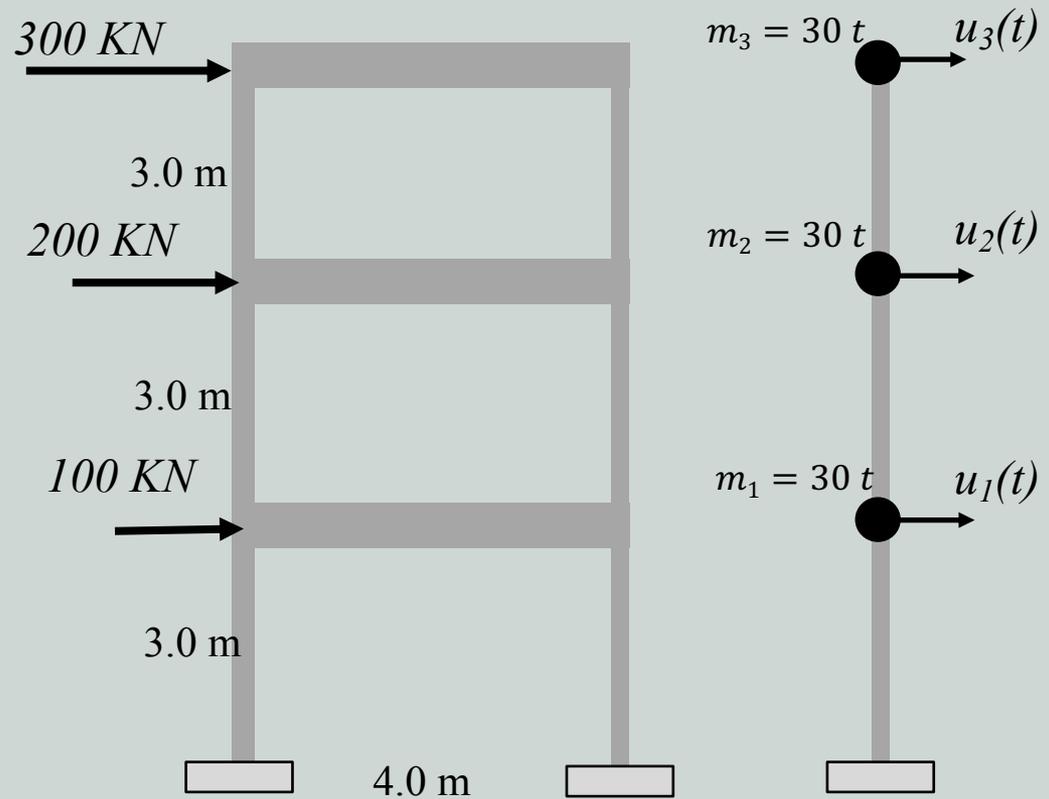
## Exemple

Considérons le portique à 03 étages de la figure ci-contre avec les données mentionnées.

- i) Calculer la réponse dynamique en utilisant la méthode du spectre de capacité en association avec la méthode push over.

Pour le spectre de réponse

RPA 99-2003



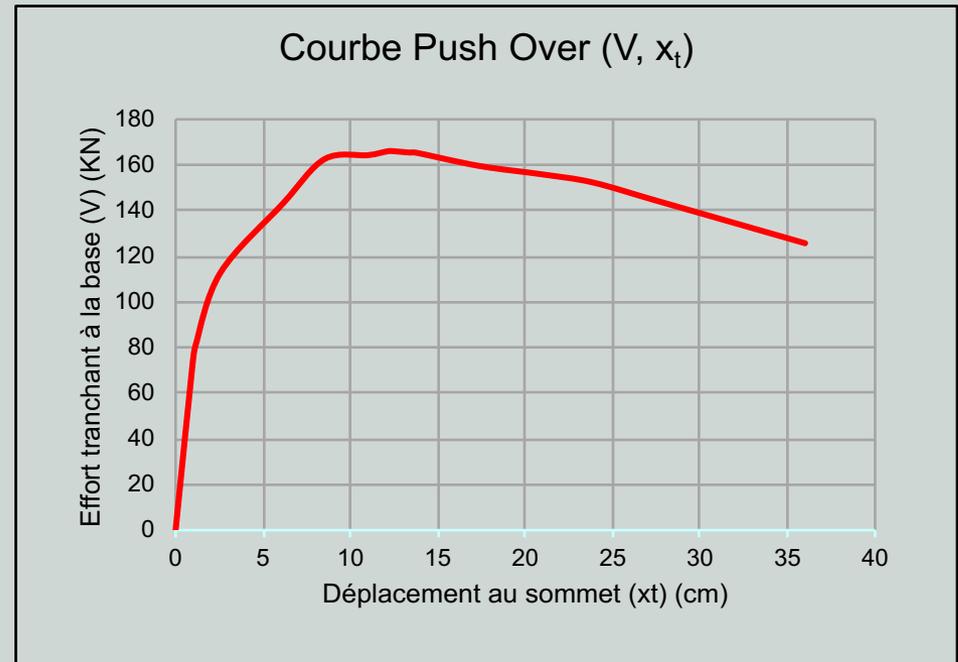
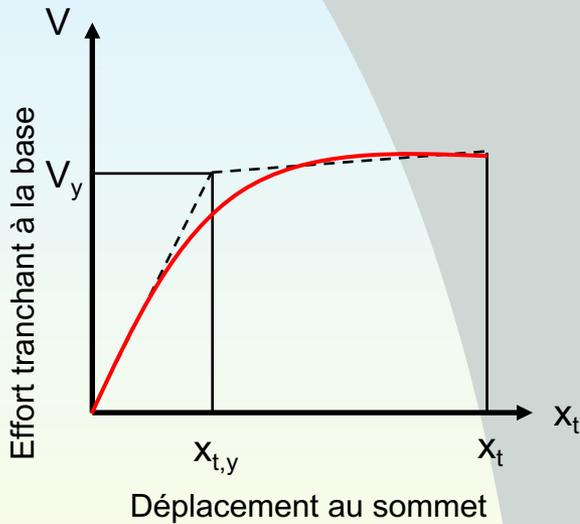
Poteaux et poutres : 40 x 40 cm

- ✓ Zone III
- ✓ Groupe 2
- ✓ Site S3 ( $T_1=0,15$  ;  $T_2=0,5$ )
- ✓  $R=1$  (spectre élastique)
- ✓  $Q=1$
- ✓  $A=0,25$
- ✓  $\xi=5\%$

## Etape 1 :

Déterminer la courbe push over (par SAP2000, par exemple) dans le repère  $(V, x_t)$

### Courbe Pushover ?



## Etape 2 :

Transformer la courbe de push over ( $V-x_t$ ) en courbe accélération à la base ( $S_a$ ) – déplacement ( $S_d = x^*$ ) d'un S1DDL en divisant le déplacement par le facteur de participation modal «  $\Gamma_1$  » et en divisant l'effort tranchant par  $\Gamma_1 L_1 = \Gamma_1 x \ll \{\phi\}^T [M] \{\Delta\}$

$$\text{Masse : } M = \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} (t) \quad \{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,0405 \\ 0,0973 \\ 0,1362 \end{Bmatrix} \quad \longrightarrow \quad \{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,2973 \\ 0,7144 \\ 1,0 \end{Bmatrix}$$

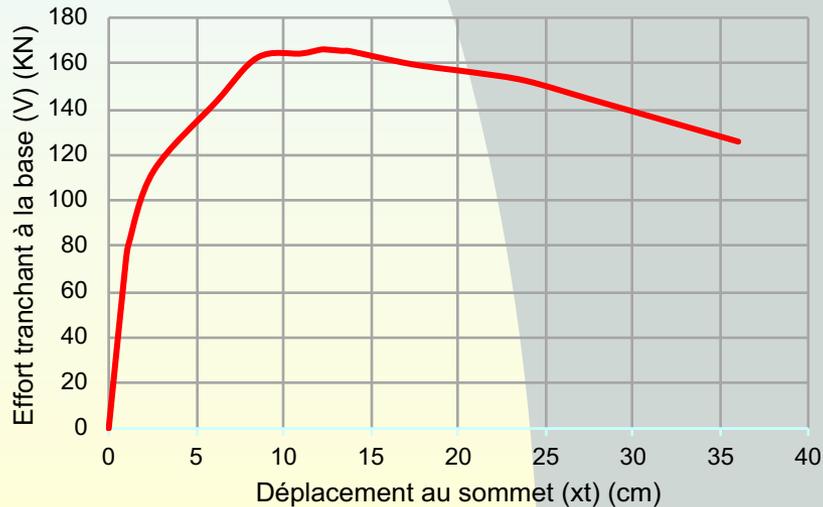
$$L_1 = \{\phi\}^T [M] \{\Delta\} = 60351 \quad M_1 = \{\phi\}^T [M] \{\phi\} = 47962,64 \quad \Gamma_1 = \frac{60351}{47962,64} = \frac{L_1}{M_1} = 1,2583$$

Sachant que :

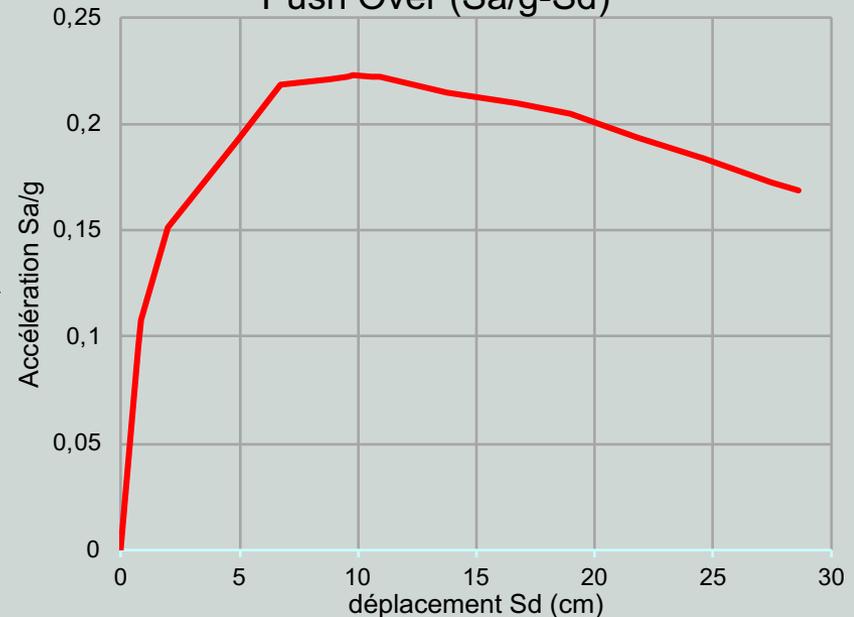
$$S_d = x^* = \frac{x_t}{\Gamma_1 \phi_{1,n}} \quad \text{et}$$

$$S_{ae}/g = \frac{F_1}{L_1} \frac{1}{g} = \frac{Q^*}{L_1} \frac{1}{g} = \frac{V}{\Gamma_1 L_1 \phi_{1,n}} \frac{1}{g}$$

Courbe Push Over ( $V, x_t$ )

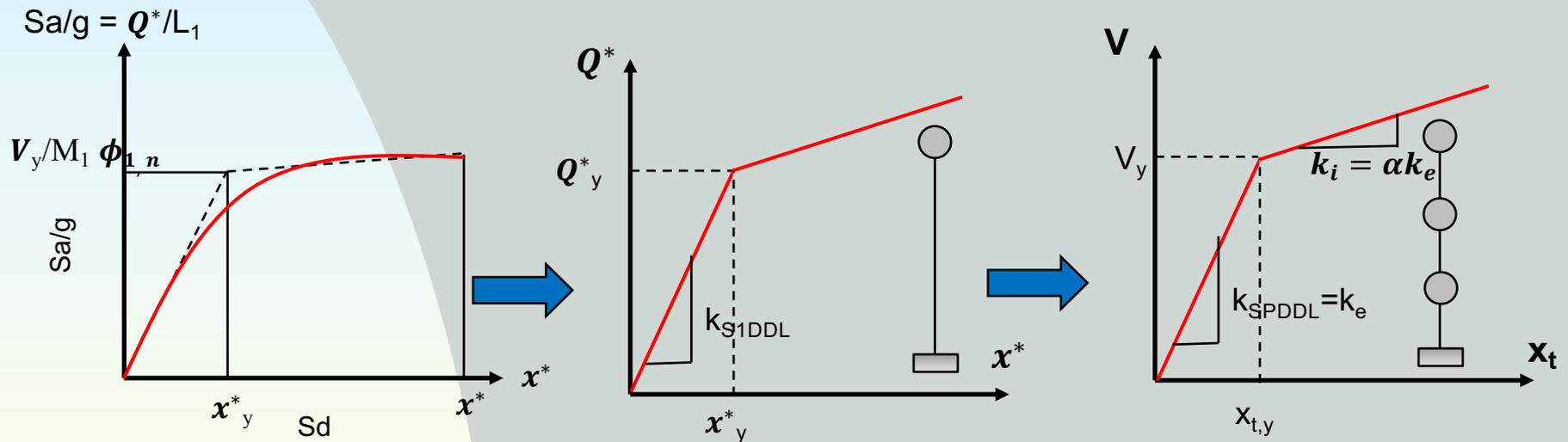


Push Over ( $S_a/g-S_d$ )



### Etape 3 :

La courbe pushover (SPDDL) non-linéaire doit être idéalisée à une courbe bi-linéaire pour identifier les paramètres globaux en terme de déplacement et de force, ce qui permet de définir l'effort tranchant à la limite élastique



✓ De cette courbe, on tire  $x_y^*$  et  $\left(\frac{S_a}{g}\right)_{,y}$

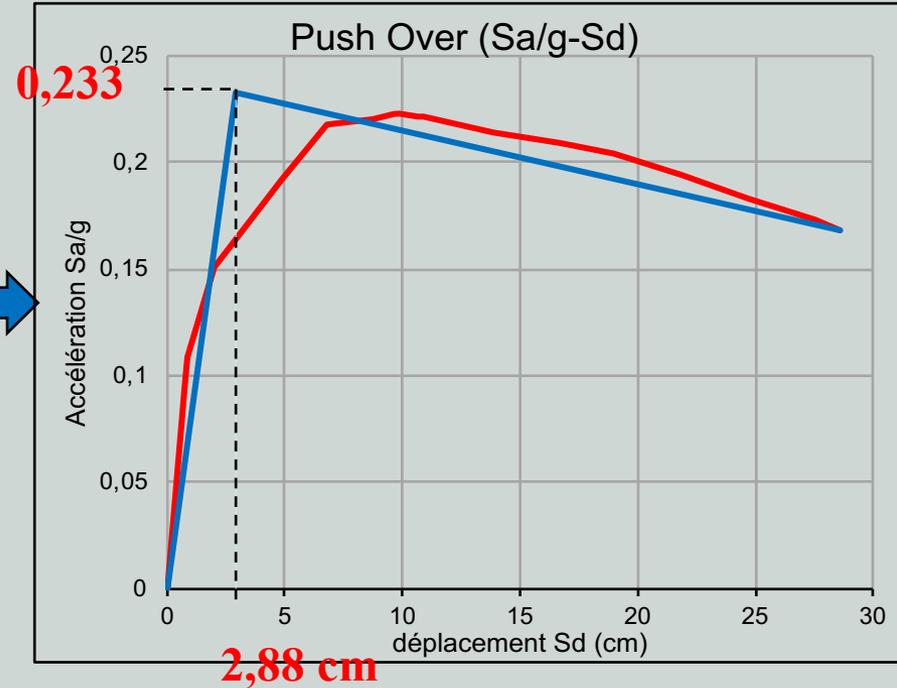
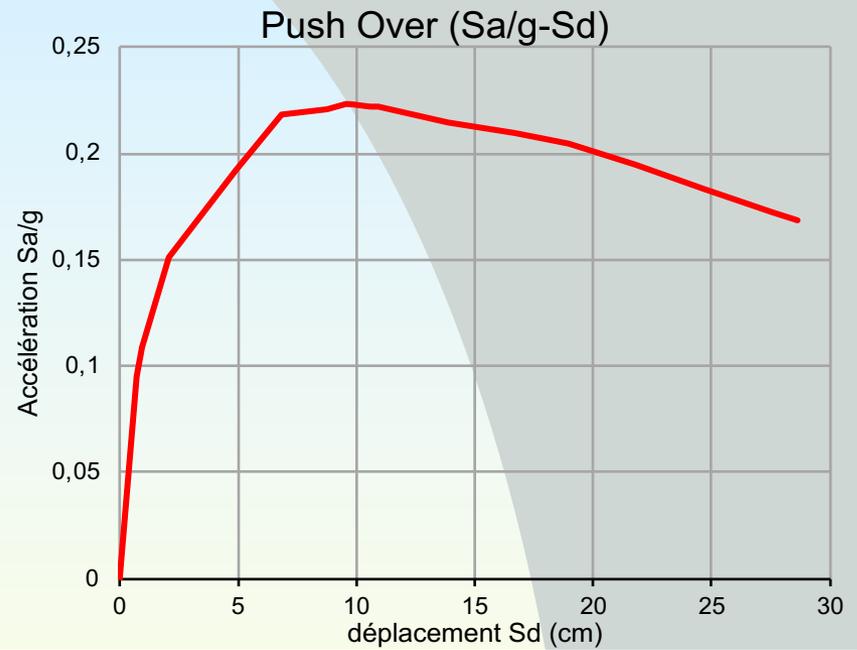
✓ On peut calculer  $k_e = \frac{V_y}{x_{t,y}}$  et  $k_i = \alpha k_e$

$$x_{t,y} = \Gamma_1 \phi_{1,n} x_y^*$$

$$V_y = \Gamma_1 L_1 \phi_{1,n} g \left(\frac{S_a}{g}\right)_{,y}$$

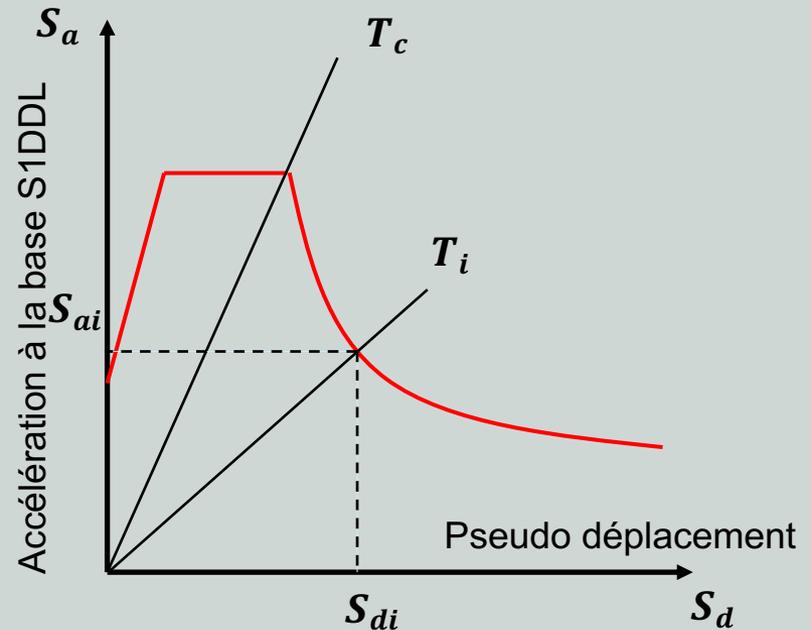
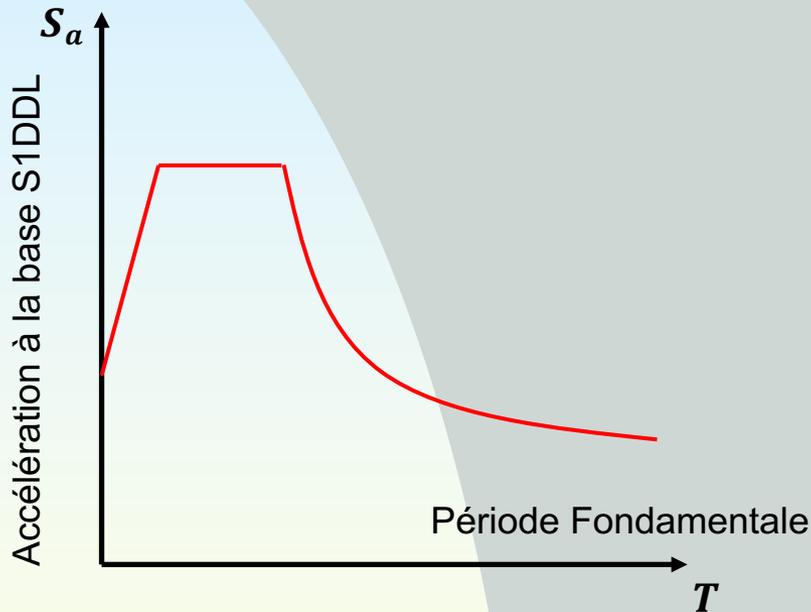
✓ On peut calculer  $k_e = \frac{V_y}{x_{t,y}}$  et  $k_i = \alpha k_e$

### Etape 3 :



#### Etape 4 :

Transformer le spectre élastique du format standard ( $S_a, T$ ) au format ( $S_a, S_d$ )  $S_d = \frac{T^2 S_a}{4\pi^2}$  C'est la **courbe de demande**.

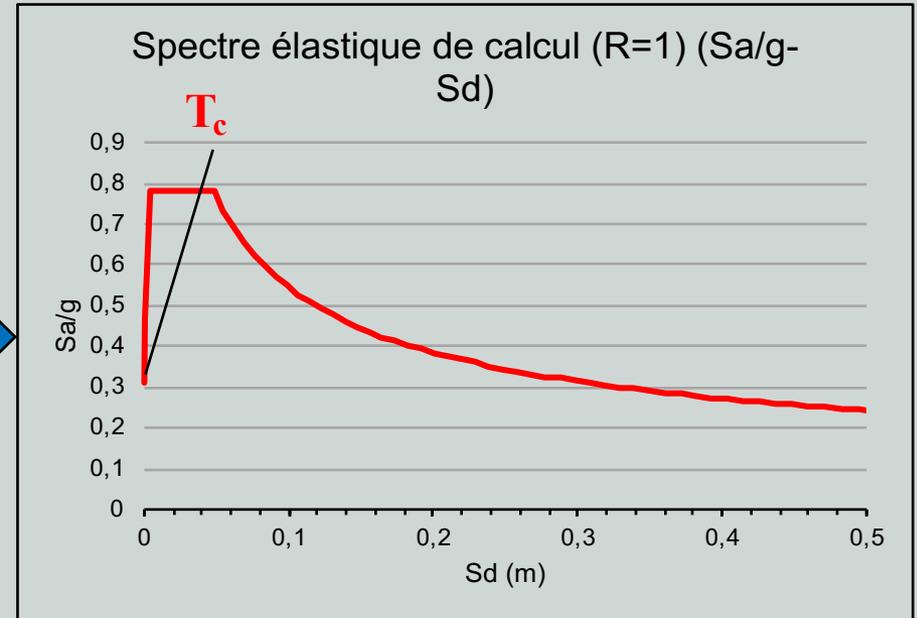
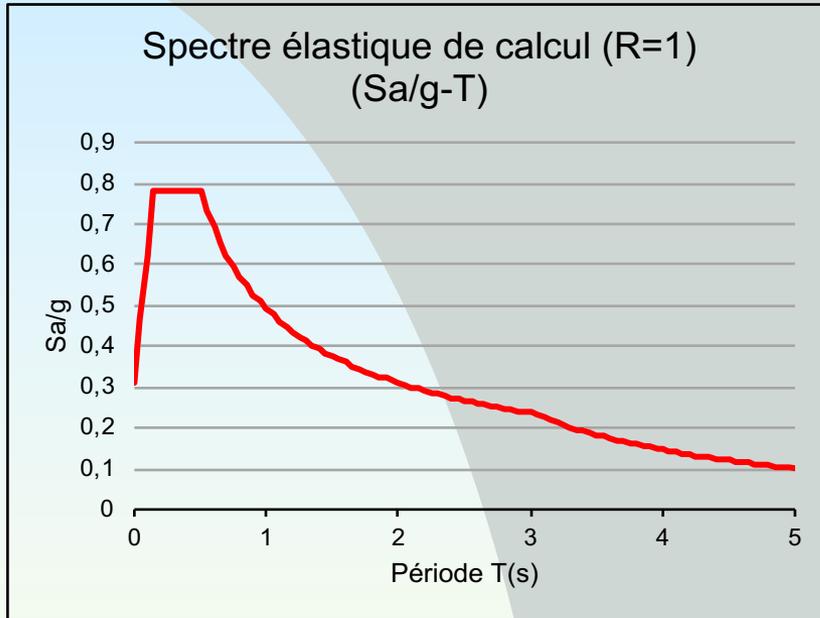


Conversion du spectre de réponse ( $S_a, T$ ) au format ( $S_a, S_d$ )

Courbe de demande

$T_c$ : Période caractéristique du spectre de réponse, définie comme étant la période de transition entre le segment des accélérations constantes et le segment des vitesses constantes.

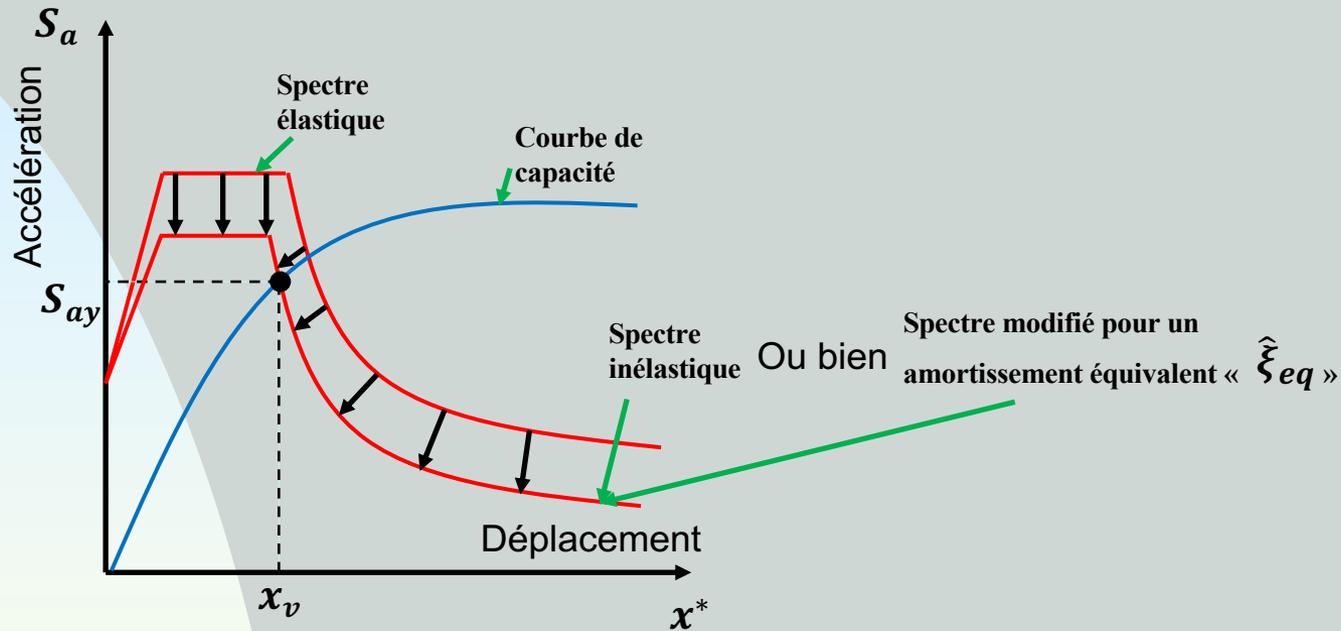
## Etape 4 :



Courbe de demande

**Etape 5 :**

Représenter la courbe de capacité et la courbe de demande sismique dans un même graphe pour l'obtention du point d'intersection



Détermination du déplacement

Spectre modifié pour un amortissement équivalent «  $\hat{\xi}_{eq}$  » ???

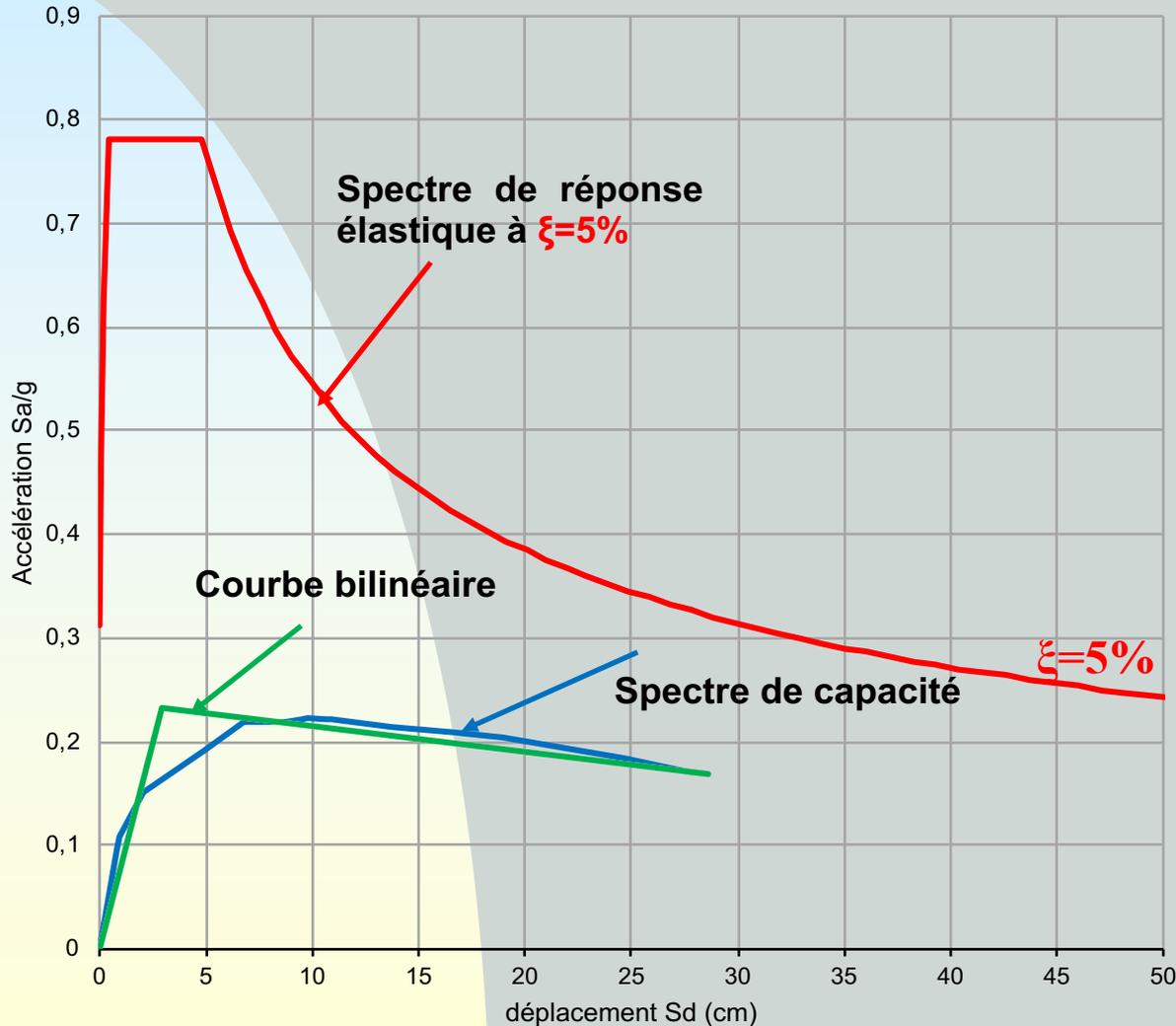


Conversion d'un S1DDL Non linéaire en un S1DDL linéaire équivalent (d'où procédure de linéarisation équivalente)

Procédures A, B ou C (ATC40)

## Etape 5 :

Courbes superposées (Sa/g-Sd)



Commencer, par exemple les itérations, par «  $S_d = x(T, \xi=5\%)$  »

$$T_{eq} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$k_e = \frac{F_y}{L_1 x_y^*}$$

$$T_{eq} = 2\pi \sqrt{\frac{L_1 x_y^*}{F_y}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{x_y^*}{F_y/L_1}}$$

$$T_{eq} = 2\pi \sqrt{\frac{0,0288}{0,23282 \cdot 9,81}}$$

$$T_{eq} = 0,705 \text{ s}$$

**ACT 40**

**SAP 2000**

Spectre de réponse au format (Sa, T)

**S** Response Spectrum Function Definition

Function Name: RPA      Function Damping Ratio: 0,05

Define Function

Period	Acceleration
0,	3,0656
0,	3,0656
0,05	4,5984
0,1	6,1313
0,15	7,6641
0,2	7,6641
0,25	7,6641
0,3	7,6641
0,35	7,6641

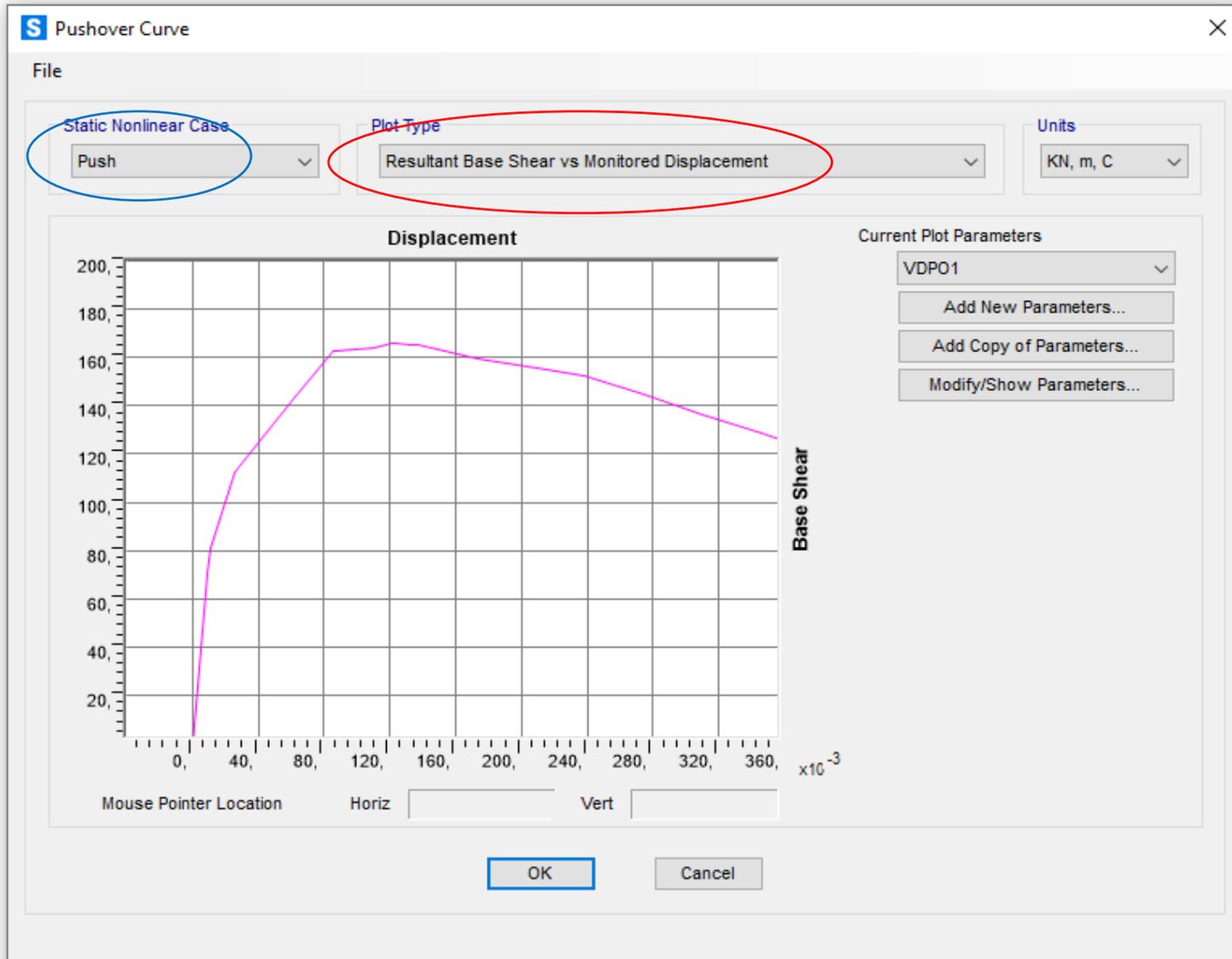
Buttons: Add, Modify, Delete

Function Graph

Display Graph      ( 4,0464 , 1,4097 )

Buttons: OK, Cancel

# Courbe Push over au format (V, x<sub>t</sub>)



## Courbe Push over au format $(V, x_t)$

Pushover Capacity Curve

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Pushover Capacity Curve

Filter:

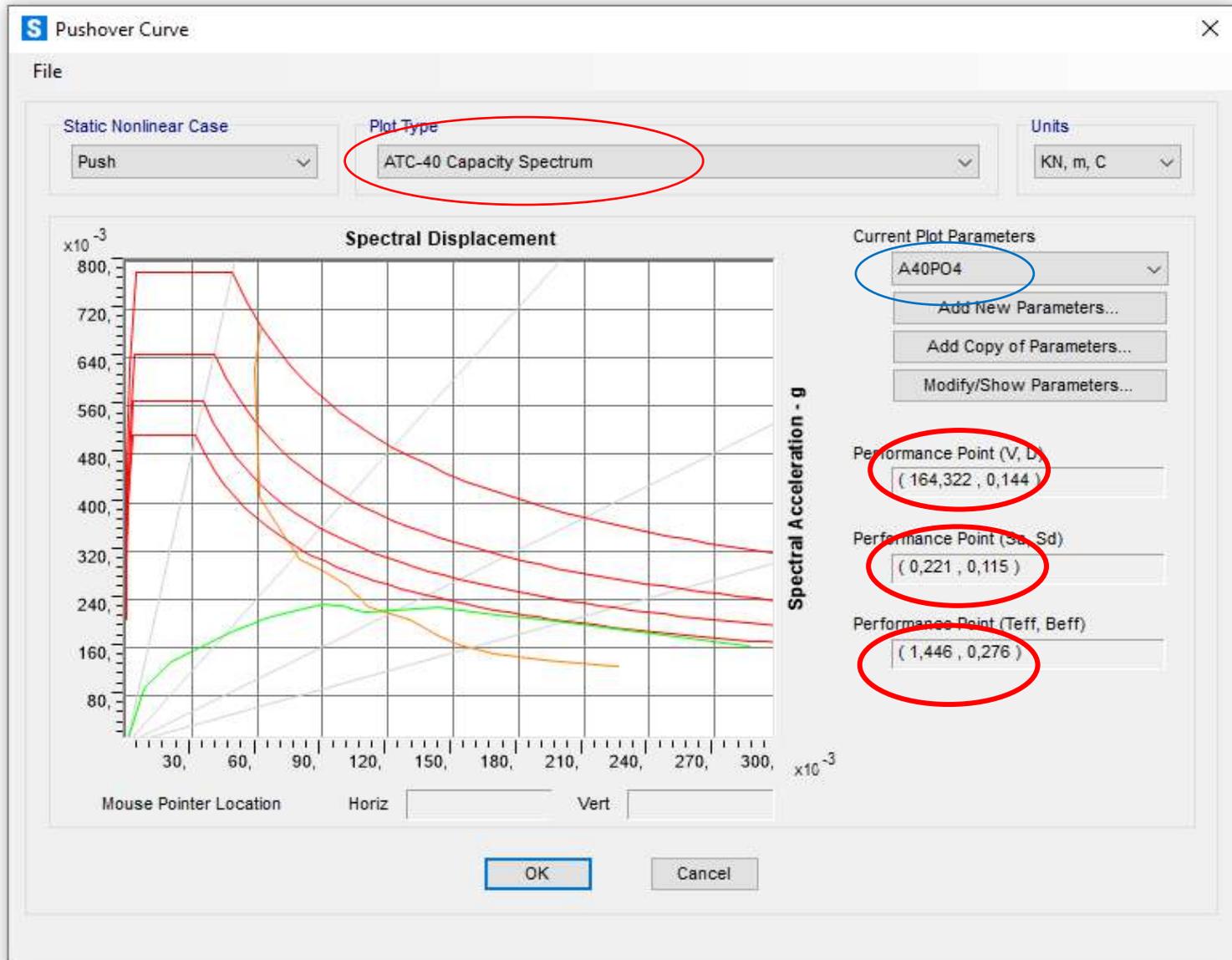
	LoadCase Text	Step Unitless	Displacement	BaseForce KN	AtoB Unitless	BtoC Unitless	CtoD Unitless	DtoE Unitless	BeyondE Unitless	AtolO Unitless	IOtoLS Unitless
▶	Push	0	-6,099E-19	0	18	0	0	0	0	18	0
	Push	1	0,009455	70,921	17	1	0	0	0	18	0
	Push	2	0,011348	80,754	15	3	0	0	0	18	0
	Push	3	0,025646	112,805	12	6	0	0	0	18	0
	Push	4	0,061646	143,345	12	6	0	0	0	12	6
	Push	5	0,085305	162,623	10	8	0	0	0	12	6
	Push	6	0,110116	164,298	10	7	1	0	0	11	2
	Push	7	0,120578	165,907	10	5	3	0	0	10	1
	Push	8	0,123532	166,099	10	4	4	0	0	10	1
	Push	9	0,133515	165,451	10	3	5	0	0	10	1
	Push	10	0,137719	165,351	10	2	6	0	0	10	1
	Push	11	0,173719	159,565	10	2	6	0	0	10	1
	Push	12	0,209719	155,879	10	2	6	0	0	10	0
	Push	13	0,238368	152,381	10	0	8	0	0	10	0
	Push	14	0,274368	144,494	10	0	8	0	0	10	0

Record: << < 1 > >> of 18 Done

OK

Cancel

# Détermination du point de performance



Ainsi, on a comme résultat (du graphe)

$$S_d = 0,115 \text{ m}$$

$$S_a = 0,221 \text{ g} = 2,168 \text{ m/s}^2$$

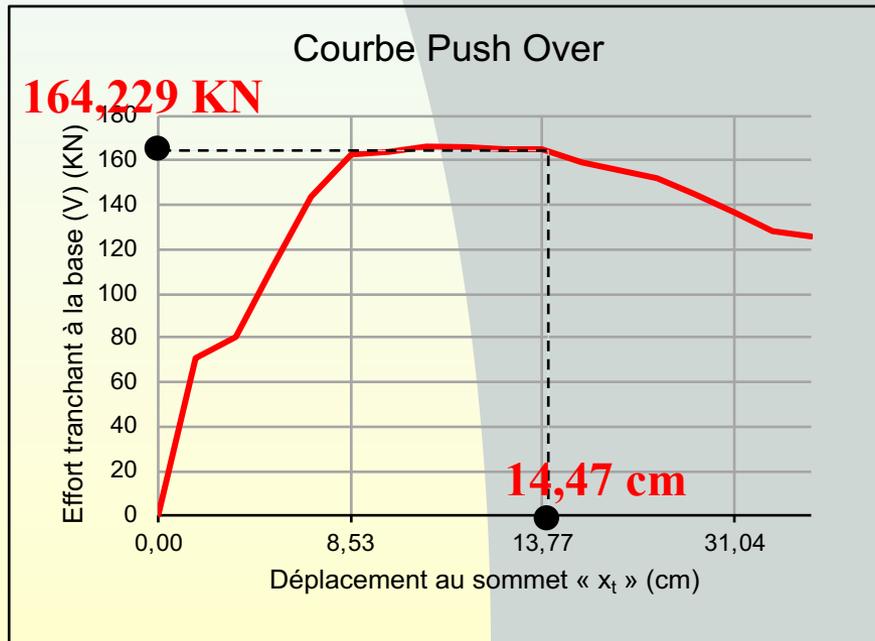
A partir de la valeur de «  $S_d$  » on revient pour calculer la valeur maximale du déplacement de la toiture «  $x_t$  ». Soit

$$S_d = x^* = \frac{x_t}{\Gamma_1 \phi_{1,n}} \quad \text{D'où :} \quad x_t = S_d \Gamma_1 \phi_{1,n}$$

$$x_t = 0,115 \times 1,2583 \times 1$$

$$x_t = 0,1447 \text{ m}$$

A partir de cette valeur de «  $x_t$  » on va vers la table des valeurs du push over et on tire la valeur de «  $V$  » correspondante



On tire la valeur de «  $V$  » par interpolation

LoadCase	Step	Displacement	BaseForce	AtoB
Text	Unitless	m	KN	Unitless
Push	9	0,133515	165,451	10
Push	10	0,137719	165,351	10
Push	11	0,173719	159,565	10
Push	12	0,209719	155,879	10
Push	13	0,238368	152,381	10

Avec, ces 02 valeurs, au sommet du bâtiment «  $x_t = 0,1447 \text{ m}$  » et «  $V_b = 164,229 \text{ KN}$  » on va les distribuer sur les hauteurs

Les déplacements par étage, seront :

$$x = \phi_1 x_t \quad \text{Avec} \quad \{\phi_1\} = \begin{pmatrix} 0,2973 \\ 0,7144 \\ 1,0 \end{pmatrix} \quad \text{On aura} \quad \{x\} = \begin{pmatrix} 0,2973 \\ 0,7144 \\ 1,0 \end{pmatrix} 0,1447$$

$$\{x\} = \begin{pmatrix} 0,0430 \\ 0,1034 \\ 0,1447 \end{pmatrix}$$

La répartition de l'effort tranchant à la base suivant la hauteur, sera

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j} V$$

Etage	W <sub>i</sub> (KN)	h <sub>i</sub> (m)	W <sub>i</sub> .h <sub>i</sub>	$\frac{W_i h_i}{\sum_{j=1}^n W_j h_j}$	Fe (KN)	Cumul Fe
1	294,3	3	882,9	0,167	27,371	27,371
2	294,3	6	1765,8	0,333	54,743	82,114
3	294,3	9	2648,7	0,5	82,115	164,229
			5297,4		164,229	

Identification des étapes de plastification à partir de  $T_{eff}$   
 Ainsi, on a comme résultat (du graphe)

$T_{eff} = 1,446 \text{ s}$   
 $\xi = 27,6 \%$

Pushover Curve Demand Capacity - ATC40

File View Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Pushover Curve Demand Capacity - ATC40

Filter:

	LoadCase Text	Step Unitless	Teff Sec	Beff Unitless	SdCapacity m	SaCapacity Unitless	SdDemand m	SaDemand Unitless	Alpha Unitless	PPPhi Unitless
▶	Push	0	0,598388	0,05	0	0	0,061676	0,693403	1	1
	Push	1	0,598388	0,05	0,007471	0,08399	0,061676	0,693403	0,832251	1,265631
	Push	2	0,615728	0,070861	0,008986	0,095418	0,058556	0,621778	0,834145	1,262823
	Push	3	0,77563	0,167342	0,020302	0,135852	0,06103	0,408388	0,818402	1,263234
	Push	4	1,021865	0,21965	0,047722	0,183979	0,079612	0,306926	0,767928	1,291781
	Push	5	1,119606	0,218905	0,065858	0,211503	0,090038	0,289157	0,757828	1,295289
	Push	6	1,249352	0,234092	0,089523	0,230889	0,101444	0,261635	0,701347	1,230035
	Push	7	1,306862	0,24818	0,097431	0,229656	0,105188	0,247941	0,712022	1,237576
	Push	8	1,32398	0,252464	0,099567	0,228662	0,106284	0,244088	0,715945	1,240692
	Push	9	1,391279	0,271302	0,105899	0,220244	0,110141	0,229065	0,74041	1,260772
	Push	10	1,414006	0,274123	0,109197	0,219861	0,112051	0,225607	0,741249	1,261191
	Push	11	1,595919	0,282655	0,143118	0,226209	0,129922	0,205353	0,695238	1,213817
	Push	12	1,788321	0,321838	0,170459	0,21457	0,142659	0,179576	0,716017	1,230314
	Push	13	1,936445	0,35133	0,192559	0,206725	0,152198	0,163394	0,726514	1,237892
	Push	14	2,146836	0,401226	0,220072	0,192224	0,16935	0,14792	0,740881	1,246717
	Push	15	2,359563	0,447471	0,247642	0,179061	0,192094	0,138896	0,751887	1,25329

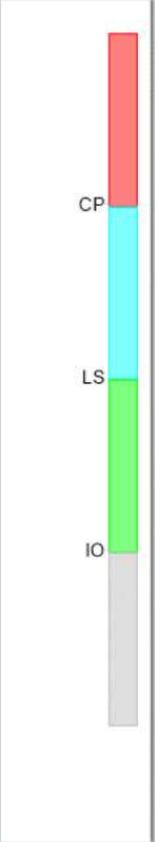
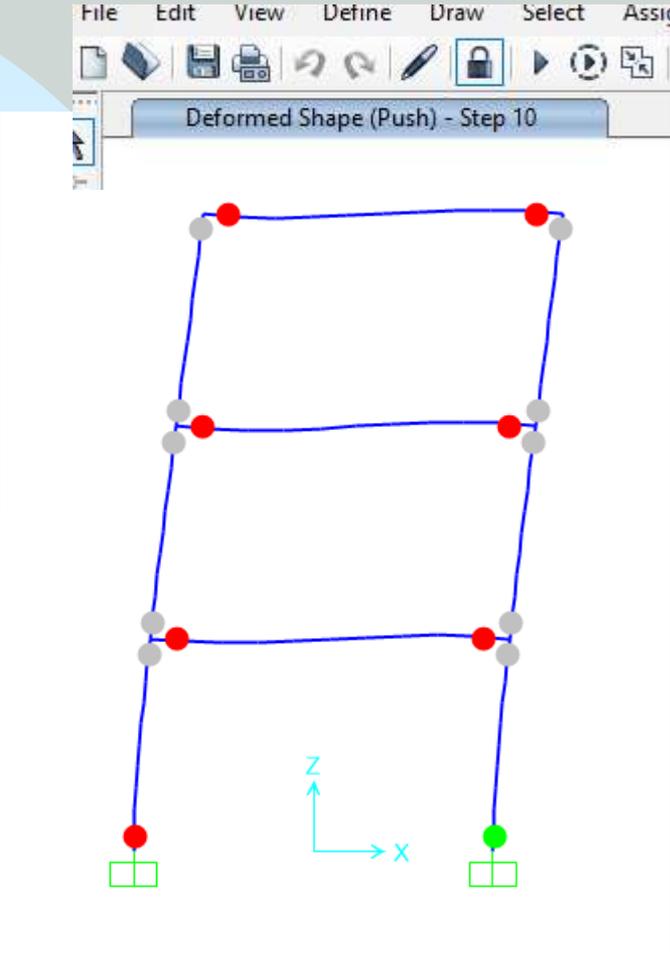
Record: << < 1 > >> of 18

Done

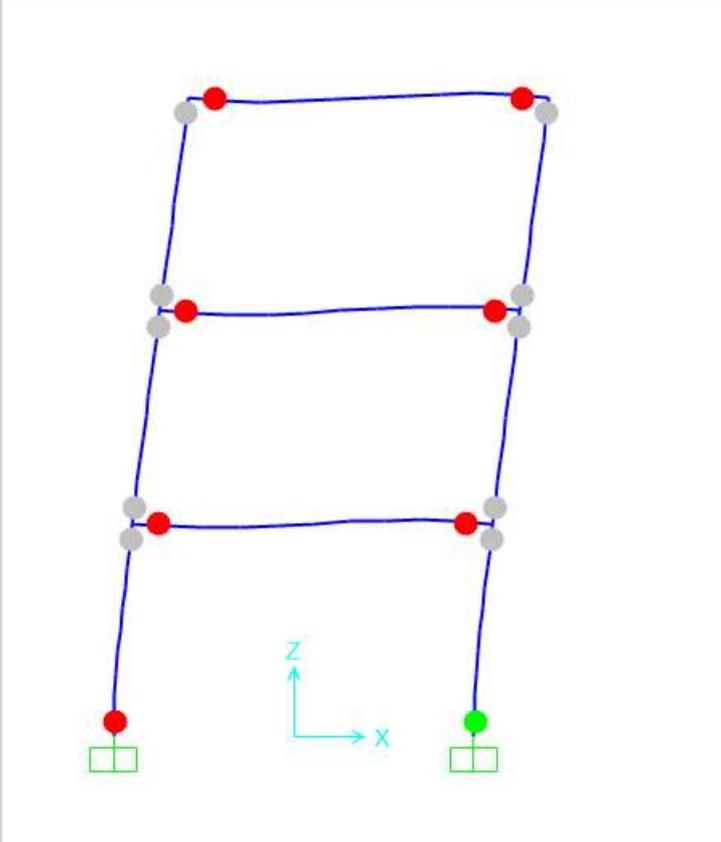
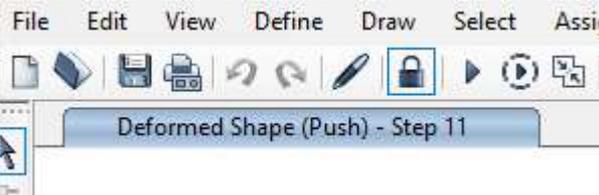
OK

Cancel

# Identification des étapes de plastification à partir de $T_{eff}$



# Identification des étapes de plastification à partir de $T_{eff}$



**Merci. Fin de l'Application 19**